

1

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME D'OPTIMISATION

- Résoudre un **problème d'optimisation**, c'est chercher la solution qui, selon le contexte, minimise ou maximise la fonction à optimiser en tenant compte de diverses contraintes et de l'objectif.
- La solution optimale peut être **obtenue** à l'aide des coordonnées :
 - d'un seul **point** du polygone de contraintes. Ce point correspond généralement à un sommet du polygone ;
 - de plusieurs **points** du polygone de contraintes. Ces points forment généralement un côté du polygone.
- Il est possible de résoudre un problème d'optimisation de la façon suivante.

Démarche	<p><i>Exemple : Une entrepreneuse en construction offre un modèle de jumelés A et un modèle de jumelés B. En un mois, elle peut construire un maximum de 24 unités dont un minimum de deux jumelés du modèle A. Le nombre de jumelés du modèle B doit être au moins supérieur à la moitié du nombre de jumelés du modèle A, mais ne doit pas dépasser six de plus que le double de jumelés du modèle A. Un jumelé du modèle A génère un profit de 8000 \$ alors qu'un jumelé du modèle B génère un profit de 10 000 \$. Combien de jumelés de chaque modèle l'entrepreneuse doit-elle construire si elle veut maximiser son profit ?</i></p>
1. Identifier les variables décrites dans la situation.	<p>x : nombre de jumelés du modèle A y : nombre de jumelés du modèle B</p>
2. Identifier l'objectif et déterminer la règle de la fonction à optimiser.	<p>L'objectif est de maximiser le profit P mensuel (en \$). La règle de la fonction à optimiser est $P = 8000x + 10\,000y$.</p>
3. Traduire les contraintes par un système d'inéquations à deux variables.	<p> $x \geq 2$ $y \geq 0$ $x + y \leq 24$ $y \geq 0,5x$ $y \leq 2x + 6$ </p>
4. Représenter graphiquement le polygone de contraintes et déterminer les coordonnées de chacun de ses sommets.	<p style="text-align: center;">Modèles de jumelés</p> <p>Détails du graphique : - L'axe des ordonnées (y) est étiqueté 'Nombre de jumelés du modèle B' et va de 0 à 20. - L'axe des abscisses (x) est étiqueté 'Nombre de jumelés du modèle A' et va de 0 à 20. - Le polygone de contraintes est hachuré et a pour sommets : A(2, 1), B(2, 10), C(6, 18), D(16, 8). - Les lignes de contrainte sont : - $x = 2$ (segment AB) - $x + y = 24$ (segment BC) - $y = 0,5x$ (segment AC) - $y = 2x + 6$ (segment CD) - $y = 0$ (segment AD sur l'axe x)</p>

5. Déterminer les coordonnées du ou des sommets qui engendrent la valeur optimale.

Sommet du polygone de contraintes	$P = 8000x + 10\,000y$
A(2, 1)	$P = 8000 \times 2 + 10\,000 \times 1$ $= 26\,000 \$$
B(2, 10)	$P = 8000 \times 2 + 10\,000 \times 10$ $= 116\,000 \$$
C(6, 18)	$P = 8000 \times 6 + 10\,000 \times 18$ $= 228\,000 \$$
D(16, 8)	$P = 8000 \times 16 + 10\,000 \times 8$ $= 208\,000 \$$

En substituant les coordonnées de chacun des sommets du polygone de contraintes aux variables x et y de la fonction à optimiser, on remarque que les coordonnées du sommet C(6, 18) engendrent la valeur maximale.

6. Indiquer la solution optimale en tenant compte du contexte.

L'entrepreneuse doit construire 6 jumelés du modèle A et 18 jumelés du modèle B, ce qui génèrera un profit maximal mensuel de 228 000 \$.