CHAPITRE 1

Optimisation

RAPPEL

Inéquation, système d'équations et géométrie analytique

INÉQUATION

- **Une inéquation** est une relation mathématique **qui fait intervenir un symbole d'inégalité** et au moins une variable.

Exemples : 1) $2x < 5$ 2) $-a + b \geq 12$

- **L'ensemble des valeurs qui vérifient une inéquation est appelé l'*ensemble-solution*.**
- **L'ensemble-solution d'une inéquation du premier degré à une variable peut être exprimé à l'aide :**

	Exemples	
	Dans l'ensemble ℝ (valeurs continues)	**Dans l'ensemble ℤ (valeurs discrètes)**
1. d'un intervalle ou d'un ensemble de nombres ;	$[-3, +\infty[$	$\{-3, -2, -1, 0, 1, ...\}$
2. d'une droite numérique ;		
3. d'une inéquation dans laquelle la variable est isolée.	$x \geq -3$	$x \geq -3$ **Note :** C'est généralement le contexte qui dicte **si** la variable est **discrète** ou **continue**.

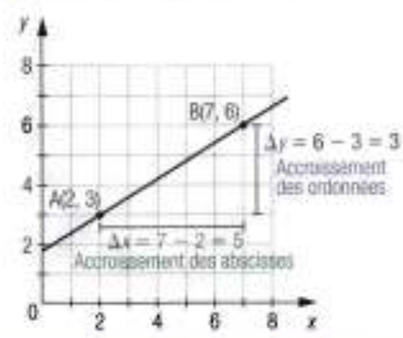
PENTE D'UNE DROITE

La **pente d'une droite** est un nombre qui caractérise son inclinaison. Elle correspond au rapport entre l'accroissement des ordonnées et l'accroissement des abscisses.

On peut calculer la pente, a, de la droite passant par les points $A(x_1, y_1)$ et $B(x_2, y_2)$ à l'aide de la formule suivante.

$$\text{Pente a} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Exemple :



1

ÉQUATION D'UNE DROITE

On peut utiliser la démarche suivante pour déterminer l'équation d'une droite à partir :

- de la pente et des coordonnées d'un point de la droite ;

Démarche	*Exemple :* Déterminer l'équation de la droite dont la pente est -2 et qui passe par le point A(4, -3).
1. Écrire l'équation de la droite en remplaçant la pente, a, par sa valeur.	a = -2, donc : $y = -2x + b$
2. Dans l'équation obtenue à l'étape **1**, substituer les coordonnées du point aux variables.	$-3 = -2 \times 4 + b$
3. Résoudre l'équation afin de déterminer l'ordonnée à l'origine, b.	$-3 = -8 + b$ $-3 + 8 = b$ $b = 5$
4. Écrire l'équation.	$y = -2x + 5$

- des coordonnées de deux points de la droite.

Démarche	*Exemple :* Déterminer l'équation de la droite qui passe par les points A(1,5, 6) et B(4,5, 15).
1. Calculer la pente, a.	$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{15 - 6}{4{,}5 - 1{,}5} = \frac{9}{3} = 3$
2. Substituer la pente calculée à l'étape **1** à a dans l'équation, et substituer les coordonnées d'un des deux points aux variables.	$y = 3x + b$ $6 = 3 \times 1{,}5 + b$
3. Résoudre l'équation afin de déterminer l'ordonnée à l'origine, b.	$6 = 4{,}5 + b$ $6 - 4{,}5 = b$ $b = 1{,}5$
4. Écrire l'équation.	$y = 3x + 1{,}5$

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX VARIABLES

Il est possible de résoudre un système d'équations du premier degré à deux variables, c'est-à-dire de déterminer le ou les couples de valeurs qui vérifient simultanément les deux équations du système, à l'aide d'une représentation graphique, d'une table de valeurs ou d'une méthode de résolution algébrique comme la méthode de comparaison, la méthode de substitution ou la méthode de réduction.

Représentation graphique

Exemple :

Soit le système d'équations :

$y = -0{,}5x + 8$
$y = 0{,}5x + 2$

La solution correspond aux coordonnées du point d'intersection, soit le couple (6, 5).

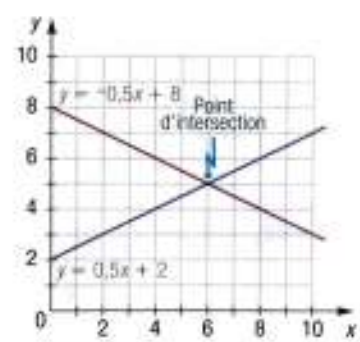


Table de valeurs

Exemple :

Soit le système d'équations :

$y = 2x + 1$
$y = -3x + 6$

x	-1	0	1	2	3
y	-1	1	3	5	7
y	9	6	3	0	-3

La solution est le couple (1, 3).

NOM GROUPE DATE

1

Méthode de comparaison

Exemple : $y = 2x + 4$
$y = -x + 10$

$2x + 4 = -x + 10$
$3x = 6$
$x = 2$

$y = 2 \times 2 + 4$
$= 8$

Le couple-solution est (2, 8).

Méthode de substitution

Exemple : $y = 3x + 1$
$2x + 2y = 10$

$2x + 2(3x + 1) = 10$
$2x + 6x + 2 = 10$
$8x = 8$
$x = 1$

$y = 3 \times 1 + 1$
$= 4$

Le couple-solution est (1, 4).

Méthode de réduction

Exemple : $2x + 3y = 5$
$3x + y = -10$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 5 \\ -\ (9x + 3y = -30) \\ \hline -7x \quad = 35 \end{array}$$
$x = -5$

$2 \times -5 + 3y = 5$
$3y = 15$
$y = 5$

Le couple-solution est (−5, 5).