Erreur corrigé #4 a)
Erreur questionnaire #2 d)

École secondaire le Carrefour
Maths SN5

Nom : CORRIGÉ
Gr : ______

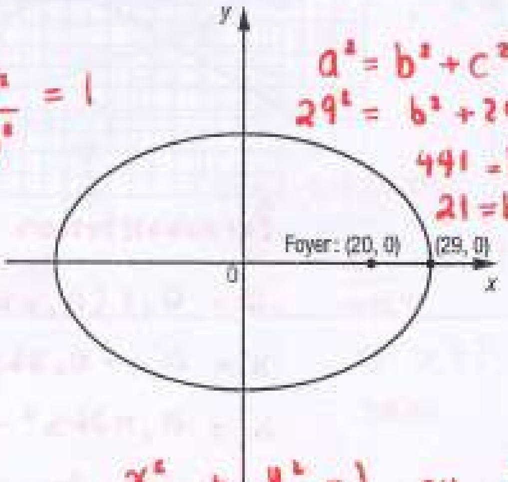
DOCUMENT DE RÉVISION
Chapitre 6

1. Dans chaque cas, établissez l'équation de la conique.

a)

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$a^2 = b^2 + c^2$
$29^2 = b^2 + 20^2$
$441 = b^2$
$21 = b$

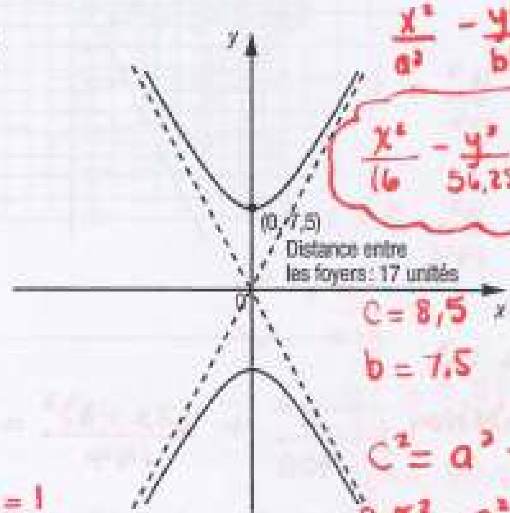


$\frac{x^2}{29^2} + \frac{y^2}{21^2} = 1$ ou $\frac{x^2}{841} + \frac{y^2}{441} = 1$

b)

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$

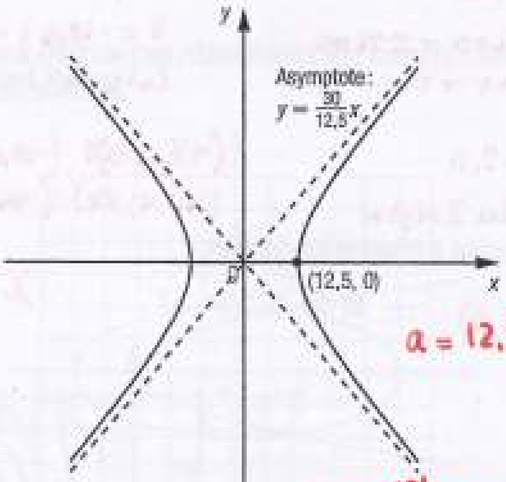
$\boxed{\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{56,25} = -1}$



$c = 8,5$
$b = 7,5$

$c^2 = a^2 + b^2$
$8,5^2 = a^2 + 7,5^2$
$16 = a^2$
$4 = a$

c)



$a = 12,5$

asymptote $= \frac{b}{a}x$
$= \frac{b}{12,5}x$

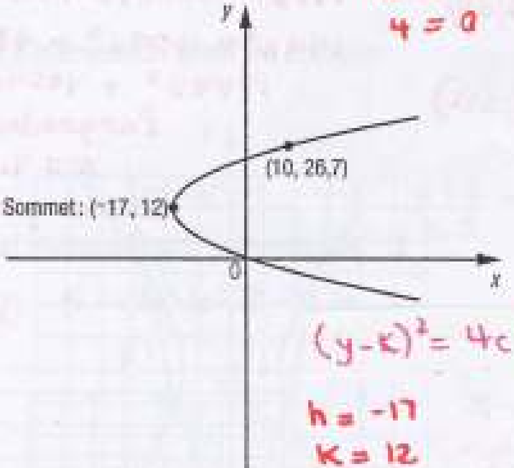
Donc $b = 30$

$\frac{x^2}{12,5^2} - \frac{y^2}{30^2} = 1$

ou

$\frac{x^2}{156,25} - \frac{y^2}{900} = 1$

d)



$(y-k)^2 = 4c(x-h)$

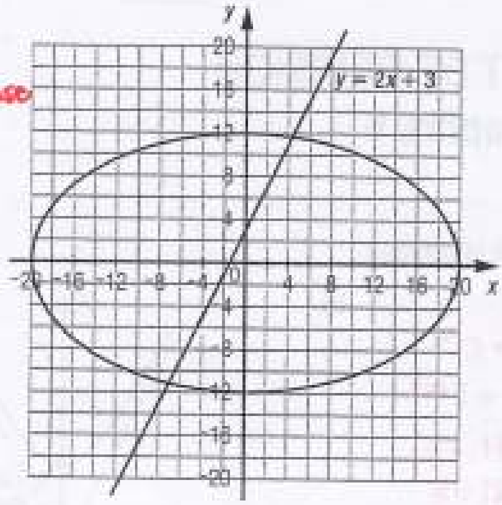
$h = -17$
$k = 12$

$(y-12)^2 = 4c(x+17)$
$(26,7-12)^2 = 4c(10+17)$
$216,09 = 4c \cdot 27$
$8 = 4c$
$2 = c$

$(y-12)^2 = 8(x+17)$

2. Dans chaque cas, déterminez les coordonnées des points d'intersection des courbes.

a)



Equation de l'ellipse

a = 20

b = 12

$$\frac{x^2}{20^2} + \frac{y^2}{12^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{144} = 1$$

et

$y = 2x + 3$

Par substitution

$$\frac{x^2}{400} + \frac{(2x+3)^2}{144} = 1$$

$144x^2 + 400(2x+3)^2 = 57600$

$144x^2 + 400(4x^2 + 12x + 9) = 57600$

$144x^2 + 1600x^2 + 4800x + 3600 = 57600$

$1744x^2 + 4800x - 54000 = 0$

Par quadratique

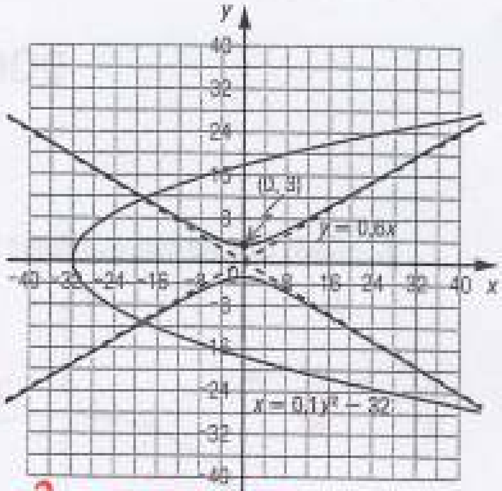
$x = 4.86 \quad x = -7,11$

Calculer y avec l'une des 2 règles

$(4,86; 11,71)$

$(-7,11; 11,22)$

b)



Par substitution

$x = 0,1(0,6x)^2 - 32$

$x = 0,1 \cdot 0,36x^2 - 32$

$x = 0,036x^2 - 32$

$0,036x^2 - x - 32 = 0$

Par quadratique

$x = -18,62$ et $x = 46,4$

Calculer le y

$(-18,62; 11,57)$ $(-18,62; -11,57)$

$(46,4; 28)$ $(46,4; -28)$

3. Représentez graphiquement la région associée à chaque inéquation.

a) $(x - 30)^2 \leq -48(y - 9)$ $(h,k) = (30,9)$

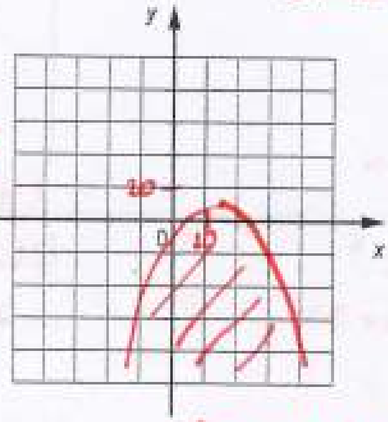
Si $x = 10$

$(10-30)^2 = -48(y-9)$

$400 = -48(y-9)$

$-8,33 = y - 9$

$0,67 = y$



Point-test $(20,-20)$

$(20-30)^2 \leq -48(-20-9)$

$100 \leq 1392$ VRAI

b) $21 \geq 14y - x^2$

$x^2 \geq 14y - 21$

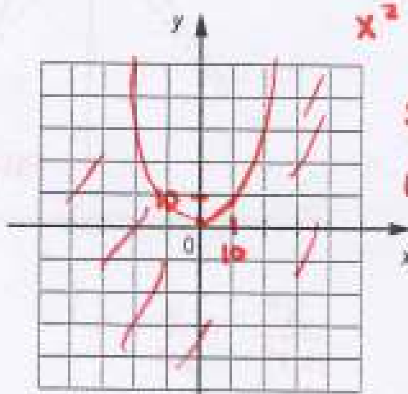
$x^2 \geq 14(y-1$

Si $x = 10$

$10^2 = 14y - 2$

$121 = 14y$

$8,64 = y$



Point-test $(0,10)$

$0^2 \geq 14(10-1,5)$

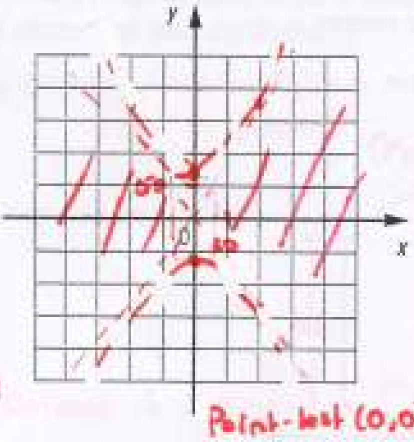
$0 \geq 119$ FAUX

c) $\frac{x^2}{256} - \frac{y^2}{3969} > -1$

d) $\frac{x^2}{576} - \frac{y^2}{1024} < 1$

$a = 16$

$b = 63$



Si $x = 40$

$\frac{40^2}{256} - \frac{y^2}{3969} = -1$

$-\frac{y^2}{3969} = -7{,}25$

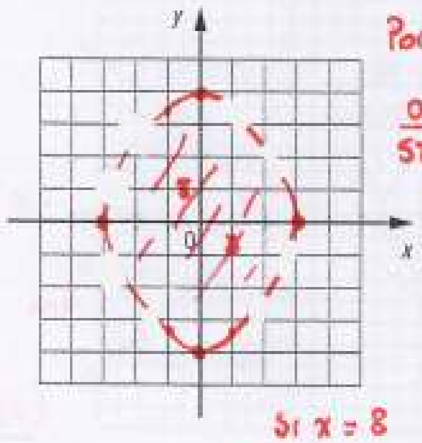
$y = 169{,}6$

Point-test (0,0)

$\frac{0^2}{256} - \frac{0^2}{3969} > -1$

$0 > -1$

VRAI



Point-test (0,0)

$\frac{0^2}{576} - \frac{0^2}{1024} < 1$

$0 < 1$

VRAI

Si $x = 8$

$\frac{8^2}{576} + \frac{y^2}{1024} = 1$

$\frac{y^2}{1024} = 0{,}89$

$y^2 = 911{,}36$

$y = 30{,}19$

4. Dans chaque cas, déterminez les coordonnées des points d'intersection entre les courbes représentées.

a)

Ellipse :

$a = 5$

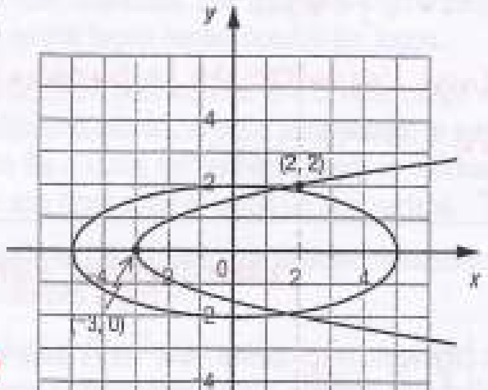
$b = 2$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$

Parabole :

$(h, k) = (-3, 0)$

Point (2,2)



$(y-k)^2 = 4c(x-h)$

$(2-0)^2 = 4c(2--3)$

$4 = 4c \cdot 5$

$0{,}2 = c$

$(y)^2 = 0{,}8(x+3)$

Par substitution

$\frac{x^2}{25} + \frac{0{,}8(x+3)}{4} = 1$

$\frac{4x^2}{100} + \frac{20(x+3)}{100} = 1$

$4x^2 + 20(x+3) = 100$

$4x^2 + 20x + 60 - 100 = 0$

$4x^2 + 20x - 40 = 0$

Par la formule quadratique $x = 1{,}53$ et $\cancel{-6{,}53}$

* Calculer le y

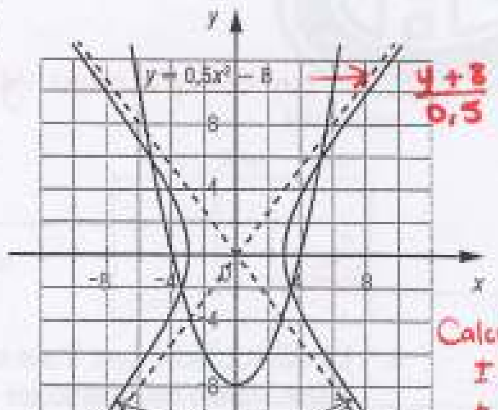
$y^2 = 0{,}8(1{,}53+3)$

$y^2 = 3{,}624$

$y = \pm 1{,}9$

Calculer le y (1,53 ; 1,9) (1,53 ; −1,9)

b)



$\frac{y+8}{0{,}5} = x^2$

Calculer x

$\pm 5{,}24$

$\pm 3{,}41$

(5,24 ; 5,73)

(−5,24 ; 5,73)

(3,41 ; −2,17)

(−3,41 ; −2,17)

Par substitution

$\frac{\frac{y+8}{0{,}5}}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

$\frac{y+8}{4{,}5} - \frac{y^2}{16} = 1$

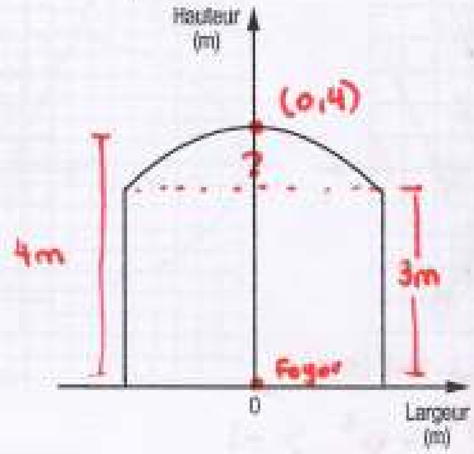
$16(y+8) - 4{,}5y^2 = 72$

$-4{,}5y^2 + 16y + 56 = 0$

Par quadratique $y = -2{,}17$ ou $y = 5{,}73$

5. **LE TOIT VOÛTÉ** Dans un magasin à rayons, le plafond d'un corridor a la forme d'une voûte parabolique. Le graphique suivant illustre la coupe transversale du corridor.

Coupe transversale du corridor



Le foyer de la courbe associée au plafond est situé sur le sol, la hauteur maximale du plafond est de 4 m et la hauteur des murs est de 3 m.

Déterminez la largeur du corridor.

Parabole : $h = 0 \quad K = 4 \quad c = 4$

$$(x-h)^2 = -4c(y-K)$$
$$(x-0)^2 = -4.4(y-4)$$
$$x^2 = -16(y-4)$$

En remplaçant y par 3 dans l'équation de la parabole

$$x^2 = -16(3-4)$$
$$x^2 = 16$$

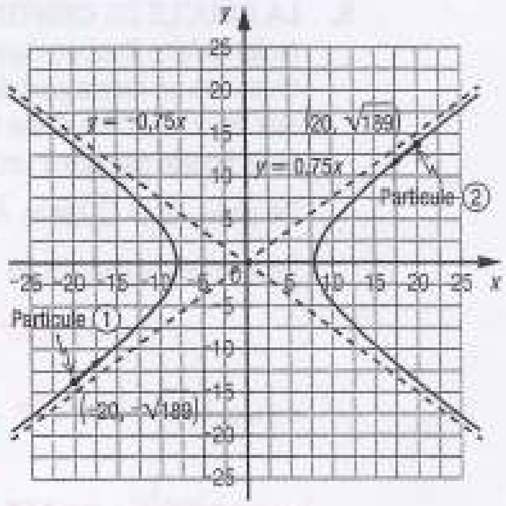
$$x = \pm 4$$

Donc largeur corridor $= 4 \times 2$
$= 8$ m

6. **LA RÉPULSION** Lors d'une expérience en physique, on propulse l'une vers l'autre avec la même vitesse deux particules chargées d'électricité statique. On a représenté la position initiale de chacune des particules ainsi que leur trajectoire respective dans le plan cartésien ci-dessous gradué en micromètres.

Sachant que la trajectoire de chaque particule correspond à l'une des branches de la même hyperbole centrée à l'origine, déterminez la distance minimale qui sépare les deux particules.

Trajectoires de deux particules



La distance minimale est la distance entre les sommets

Equation asymptote : $y = \frac{b}{a}x = 0,75x$

$\frac{b}{a} = 0,75$

$b = 0,75a$

En substituant $b = 0,75a$ et point $(20, \sqrt{189})$ dans l'équation de l'hyperbole

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Distance minimale = $8 \times 2 = 16$m

$\frac{20^2}{a^2} - \frac{(\sqrt{189})^2}{(0,75a)^2} = 1$

$\frac{20^2}{a^2} - \frac{189}{0,5625a^2} = 1 \rightarrow \frac{400}{a^2} - \frac{336}{a^2} = 1 \rightarrow \frac{64}{a^2} = 1$

$a^2 = 64$

$a = \pm 8$

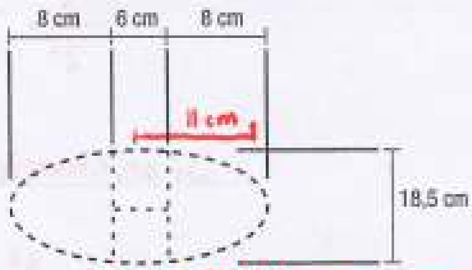
7. **LE LOGO** Une entreprise d'articles promotionnels doit coudre le logo des Canadiens de Montréal sur des chandails. Les figures ci-contre indiquent de quelle façon seront cousus les logos.

Le fil utilisé pour coudre le « C » est rouge et est cousu selon une ellipse, et celui pour coudre le « H » est blanc. Les fils cousus forment une figure symétrique selon un axe horizontal et selon un axe vertical.

Quelle est la longueur de fil blanc nécessaire pour coudre un de ces logos ?

Logo

Fils cousus



Règle de l'ellipse : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$b = 9,25$

$a = 11$

$\frac{x^2}{121} + \frac{y^2}{85,56} = 1$

Donc Fil blanc = $6 + 4 \times 8,9 = 41,6$cm

Points de rencontre entre droites verticales $x = 3$ et $x = -3$ et ellipse

$x = 3$

et

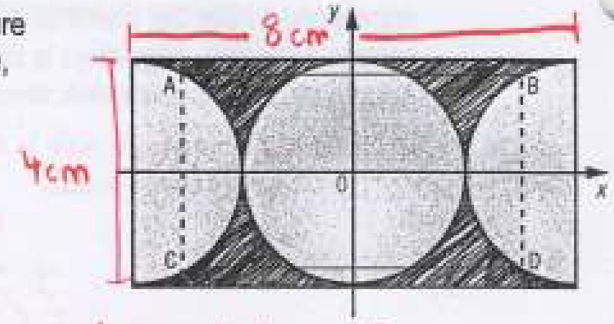
$\frac{x^2}{121} + \frac{y^2}{85,56} = 1 \rightarrow \frac{3^2}{121} + \frac{y^2}{85,56} = 1$

$\frac{y^2}{85,56} = 0,93 \rightarrow y = 8,92 \approx 8,9$

8. **LA BOUCLE DE CEINTURE** Sur la boucle de ceinture rectangulaire illustrée dans le plan cartésien ci-contre, on trouve un cercle centré à l'origine et tangent aux deux branches d'une hyperbole. La base de la boucle mesure 8 cm et sa hauteur, 4 cm.

De plus, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ et m $\overline{AB}$ = m $\overline{CD}$ = 6 cm.

Déterminez la mesure de $\overline{BD}$.



rayon cercle = 2cm donc a hyperbole = 2

équation cercle : $x^2 + y^2 = 4$

hyperbole passe par le point (4,2)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{4^2}{2^2} - \frac{2^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{16}{4} - \frac{4}{b^2} = 1$$

$$-\frac{4}{b^2} = -3$$

$$\frac{4}{3} = b^2$$

$$\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$$

Si on cherche le point B, (3, ?)

$$\frac{3^2}{2^2} - \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$$

$$\frac{9}{4} - \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$$

$$-\frac{y^2}{\frac{4}{3}} = -1,25$$

$$y^2 = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot 1,25$$

$y^2 = 1,67$ $y = 1,29$

Donc $\overline{BD}$ =

$2 \times 1,29 \simeq$

2,58 cm