Nom : V. Savard

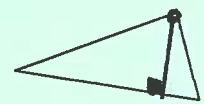
CHAPITRE 2 :
LES PREUVES DE TRIANGLES ET LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

1- RETOURS

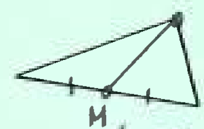
✓ Les droites

il y en a tjrs 3 dans chaque Δ car 3∠ et 3 côtés

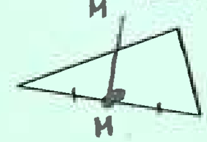
- La **hauteur** d'un triangle est un segment partant d'un sommet et allant rejoindre perpendiculairement le côté opposé.



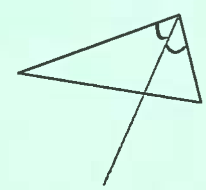
- La **médiane** est un segment partant d'un sommet et allant rejoindre sur le milieu du côté opposé.



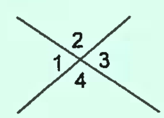
- La **médiatrice** est une droite passant perpendiculairement par le milieu d'un côté.



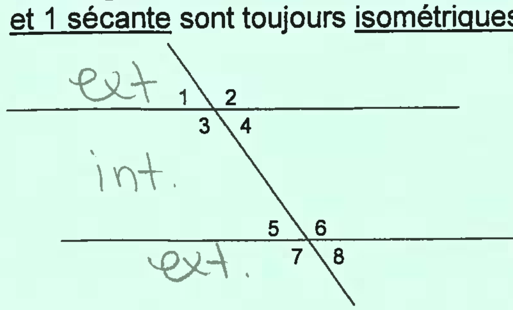
- La **bissectrice** est un segment qui partage un angle en deux parties isométriques.



✓ Les angles (voir feuille)



- Les angles **supplémentaires** ont une somme de 180°. (ex : 1et2)
- Les angles **complémentaires** ont une somme de 90°.
- Les angles **opposés par le sommet** sont toujours isométriques. (ex : 1et3) 2et4
- Les **angles adjacents** sont deux angles ayant le même sommet et une droite frontière. Chaque angle est d'un côté et de l'autre de la frontière. (ex : 1et2) 3et4 2et3 1et4
- Les **angles alternes-internes, alternes-externes et correspondants** formés par 2 parallèles et 1 sécante sont toujours isométriques.



Angles alternes-internes : ∠3 et ∠6, ∠4 et ∠5

Angles alternes-externes : ∠1 et ∠8, ∠2 et ∠7

Angles correspondants : ∠1 et ∠5, ∠2 et ∠6
∠3 et ∠7, ∠4 et ∠8

✓ Triangles

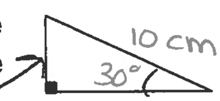
Types	Caractéristiques (côtés et angles)
Équilatéral	3 côtés isométriques → 3 angles iso
Équiangle	3 angles isométriques → 3 côtés iso.
Isocèle	2 côtés isométriques → 2 angles iso.
Isoangle	2 angles isométriques → 2 côtés iso.
Scalène	Rien de pareil
Rectangle	1 angle droit. (90°)

- La somme des angles intérieurs d'un triangle est toujours égale à 180°.

- Dans un triangle isocèle, les côtés isométriques sont opposés aux angles isométriques.

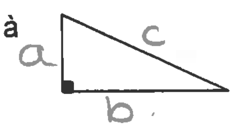
- L'axe de symétrie d'un triangle isocèle ou équilatéral est aussi une médiane, une médiatrice, une hauteur et une bissectrice de ce triangle.

- Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° vaut la moitié de l'hypoténuse. Inversement, dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure le double du côté opposé à un angle de 30°.



$\frac{10}{2} = 5cm.$

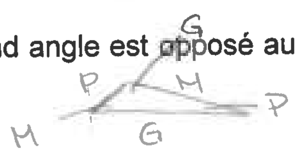
- Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des cathètes. (Théorème de Pythagore.)



$cath^2 + cath^2 = hyp^2$ ou $a^2 + b^2 = c^2$

- Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires. (somme = 90°)

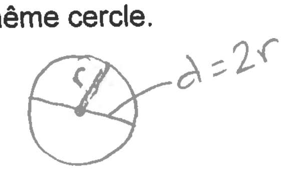
- Dans un triangle, le plus grand angle est opposé au plus grand côté et le plus petit angle est opposé au côté le plus petit.



✓ Le cercle

- Tous les diamètres et tous les rayons sont isométriques dans un même cercle.

- La mesure des rayons vaut la moitié de la mesure des diamètres.



✓ Les propriétés des quadrilatères

		Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
Les côtés	Deux paires de côtés opposés parallèles	X	X	X	X
	Deux paires de côtés opposés isométriques	X	X	X	X
	Quatre côtés isométriques			X	X
Les angles	Des angles opposés isométriques	X	X	X	X
	Des angles consécutifs supplémentaires	X	X	X	X
	Quatre angles droits		X		X
Les diagonales	Se coupent en leur milieu	X	X	X	X
	Isométriques		X		X
	Perpendiculaires			X	X
Les axes de symétrie			X	X	X

- La somme des mesures des angles intérieurs d'un quadrilatère est 360°.

✓ Les polygones

- Un polygone régulier possède des angles et des côtés isométriques.
- Un polygone régulier est composé de triangles isocèles.
- La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone à n côtés est : S = (n - 2) x 180°

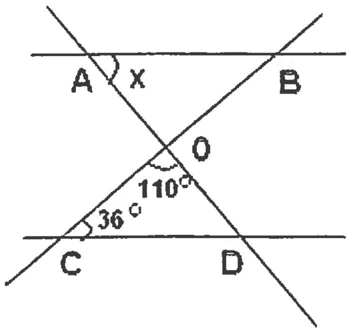
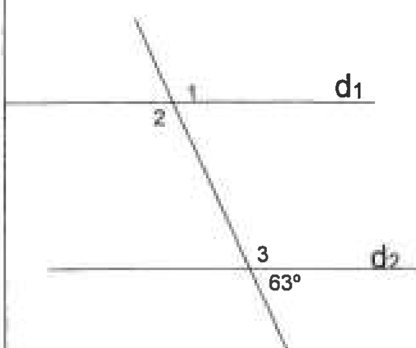
✓ Proportionnalité

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

- Alors, $a \cdot d = b \cdot c$, car le produit des extrêmes égale le produit des moyens.
- Alors, $a = \frac{b \cdot c}{d}$, permet d'isoler la variable que l'on cherche. C'est le produit croisé.

Exercices :

Trouve les mesures des angles identifiés par un chiffre ou une lettre.

	Affirmation	Justification
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$	$m\angle ODC = 34°$	• La somme des mesures des angles dans un triangle est de 180° • $m\angle ODC = 180 - m\angle DOC - m\angle OCD$ $= 180 - 110 - 36 = 34°$
	$m\angle OAB = m\angle ODC$ $= 34°$	Deux angles alternes-internes formés par des droites parallèles sont toujours isométriques
 $d_1 \parallel d_2$	$m\angle 3 = 117°$	• Deux angles formant une droite sont supplémentaires • $m\angle 3 = 180 - 63 = 117°$
	$m\angle 1 = 117°$	Deux angles correspondant formés par des droites parallèles sont toujours isométriques ($\angle 1$ et $\angle 3$)
	$m\angle 2 = 117°$	Deux angles opposés par le sommet sont toujours isométriques ($\angle 1$ et $\angle 2$)

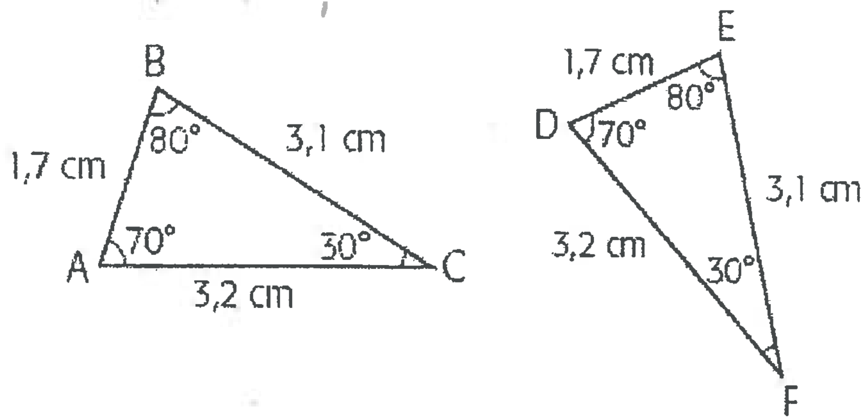
2- LES TRIANGLES ISOMÉTRIQUES

✓ Définition

Deux triangles isométriques ont leurs éléments homologues (angles et côtés) isométriques.

Exemple :

Les triangles ABC et DEF sont isométriques, car leurs angles et leurs côtés homologues sont isométriques.



On a $\angle BAC \cong \angle EDF, \angle ABC \cong \angle DEF \; et \; \angle BCA \cong \angle EFD$
et $\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{BC} \cong \overline{EF} \; et \; \overline{CA} \cong \overline{FD}$.
On écrit alors $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

Le symbole d'égalité (=) concerne des nombres alors que le symbole d'isométrie (≅) concerne des objets géométriques.

On a donc : $m\overline{AB} = m\overline{DE}$,mais $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

Remarques :

➔ Le symbole « ≅ » se lit « est isométrique à ».

➔ Habituellement, on nomme des triangles isométriques selon leurs sommets homologues. Donc, si **ΔABC ≅ ΔDEF**, on peut affirmer que l'angle **A** est homologue à l'angle **D**, que l'angle **B** est homologue à l'angle **E** et que l'angle **C** est homologue à l'angle **F**.

✓ Conditions minimales

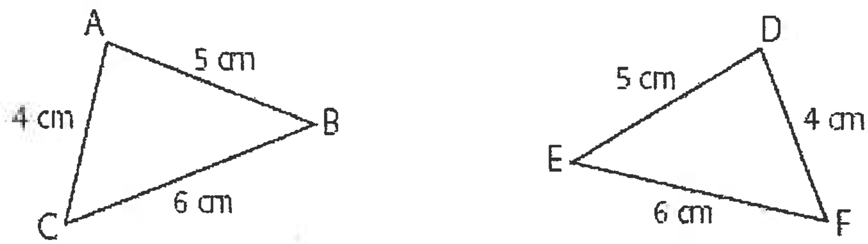
Pour pouvoir affirmer que deux triangles sont isométriques, il n'est pas nécessaire de vérifier que tous leurs côtés homologues et tous leurs angles homologues sont isométriques. Il suffit de s'assurer que les triangles respectent une des trois conditions minimales suivantes.

1) La condition minimale d'isométrie CCC

Deux triangles ayant leurs côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques.

Exemple :

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$, car $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ et $\overline{CA} \cong \overline{FD}$.

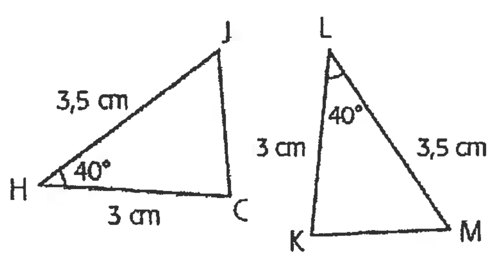


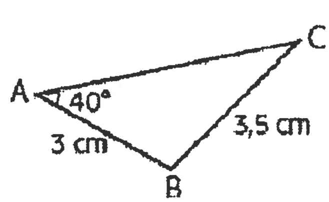
2) La condition minimale d'isométrie CAC

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques.

Exemple :

$\Delta GHJ \cong \Delta KLM$, car $\angle H \cong \angle L$, $\overline{GH} \cong \overline{KL}$ et $\overline{JH} \cong \overline{ML}$.





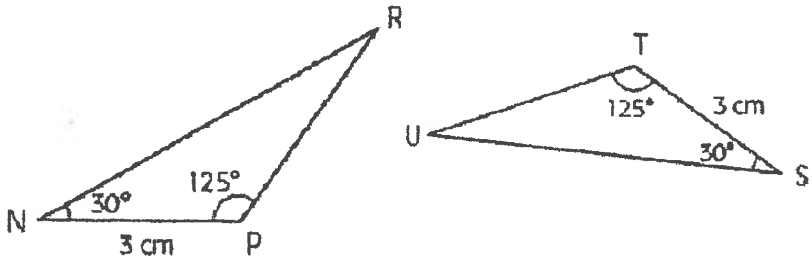
Le triangle **ABC n'est pas** isométrique au triangle **GHJ**, car l'angle de 40° n'est pas compris entre les côtés de 3 cm et de 3,5 cm .

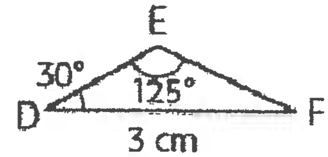
3) La condition minimale d'isométrie ACA

Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont nécessairement isométriques.

Exemple :

$$\Delta NPR \cong \Delta STU, car\ \angle RNP \cong \angle UST, \angle NPR \cong \angle STU\ et\ \overline{NP} \cong \overline{ST}$$



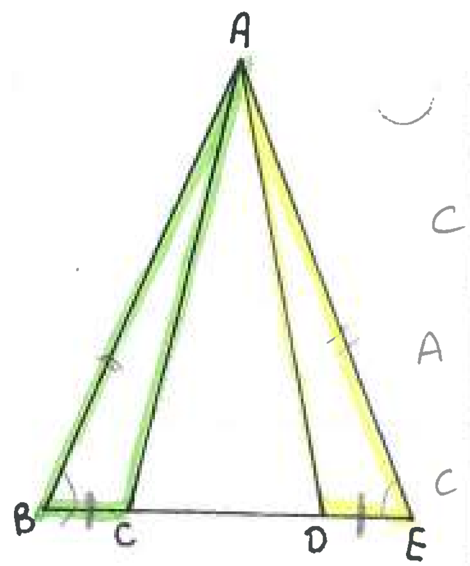


Le triangle **DEF n'est pas** isométrique au triangle **NPR**, car le côté de 3 cm n'est pas compris entre les angles de 30° et de 125°.

Exercice :

2 côtés et 2 angles isométriques

Le triangle ABE est isocèle. Sachant que $\overline{BC} \cong \overline{DE}$, démontre que le $\Delta ABC \cong \Delta AED$



	Affirmation	Justification
C	1. $\overline{AB} \cong \overline{AE}$	1. Propriété des côtés dans un triangle isocèle
A	2. $\angle ABC \cong \angle AED$	2. Propriété des angles dans un triangle isocèle
C	3. $\overline{BC} \cong \overline{ED}$	3. Donnée du problème.
	4. $\Delta ABC \cong \Delta AED$	4. deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques

$\overline{AB} \cong \overline{AE}$

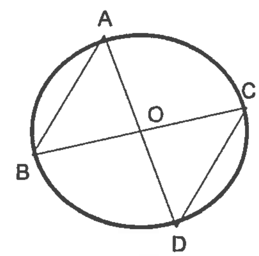
$\angle ABE \cong \angle AEB$ } Δ isocèle

✓ Mesures manquantes

Pour trouver une mesure manquante, il faut :

1. Faire la preuve de triangles isométriques en énumérant tous les éléments isométriques faisant partie de la preuve;
2. Expliquer la condition minimale d'isométrie (CCC, CAC, ACA);
3. Donner la mesure manquante en justifiant toutes les étapes à effectuer pour répondre à la question.

Exemple :



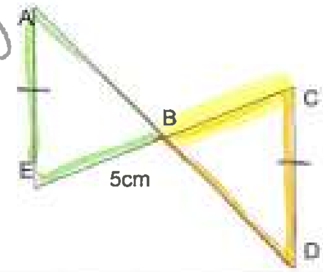
Dans le cercle de centre O, $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$ sont 2 cordes.
Prouve que $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$ sont isométriques.

hypothèse : $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$ → cordes
centre O
conclusion : $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

Affirmation	Justification
1. $\overline{AO} \cong \overline{DO}$	1. Définition d'un rayon de cercle
2. $\overline{BO} \cong \overline{CO}$	2. Définition d'un rayon de cercle
3. $\angle AOB \cong \angle DOC$	3. Des angles opposés par le sommet sont toujours isométriques.
4. $\Delta OBA \cong \Delta OCD$	4. Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques.
5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	5. Dans deux triangles isométriques, les côtés homologues sont toujours isométriques.

1- mettre en évidence ce qui est recherché
2- trouver les 2 △ dans la situation
(1 des 2 △ doit contenir la partie cherchée)

Exercices : 3- Faire la preuve
4- Trouver mesure manquante

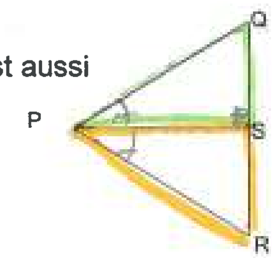


1. Voici 2 triangles. Trouve la mesure du segment BC si $\overline{AE} // \overline{CD}$ et que $\overline{AE} \cong \overline{CD}$. $\overline{DC}$

hypothèses
conclusion :

Affirmation			Justification
1. A	∠EAB	≅ ∠CDB	1. deux angles alternes-internes formés par deux droites parallèles sont toujours isométriques
2. C	$\overline{AE}$	≅ $\overline{DC}$	2. Donnée du problème ($\overline{AE} \cong \overline{DC}$)
3. A	∠AEB	≅ ∠DCB	3. deux angles alternes-internes formés par deux droites parallèles sont toujours isométriques
4.	△AEB	≅ △DCB	4. deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont nécessairement isométrique
5.	m$\overline{BC}$ = m$\overline{BE}$ = 5cm		5. dans deux triangles isométriques, les côtés homologues sont toujours isométriques

preuve
conclusion



2. Dans le triangle suivant, le segment PS est la bissectrice de l'angle P. Elle est aussi perpendiculaire au côté QR. Prouve que le triangle PQR est isocèle.

hypothèses : PS bissectrice
PS ⊥ QR

Conclusion : PQR est isocèle

Affirmation			Justification
1. A	∠QPS	≅ ∠RPS	1. Une bissectrice sépare un angle en deux angles isométriques
2. C	$\overline{PS}$	≅ $\overline{PS}$	2. Côté commun aux deux triangles
3. A	∠QSP	≅ ∠RSP	3. Donnée du problème (PS ⊥ QR)
4.	△QPS	≅ △RPS	4. deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont nécessairement isométriques
5.	$\overline{PQ} \cong \overline{PR}$		5. dans deux triangles isométriques, les côtés homologues sont isométriques
6.	△PQR est isocèle		6. un triangle isocèle a deux côtés isométriques ($\overline{PQ}$ et $\overline{PR}$)

preuve
conclusion

3- LES TRIANGLES SEMBLABLES

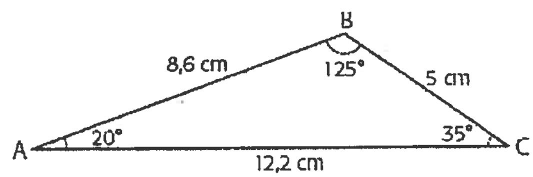
✓ Définition

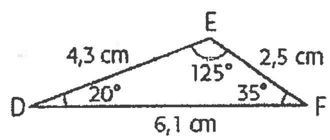
Deux triangles sont semblables si leurs angles homologues sont isométriques et si les mesures de leurs côtés homologues sont proportionnelles.

Le coefficient de proportionnalité correspond alors au rapport de similitude **(k)** des deux triangles.

Exemple :

Les triangles ABC et DEF sont semblables, car leurs angles homologues sont isométriques et les mesures de leurs côtés homologues sont proportionnelles.





On a $\angle BAC \cong \angle EDF, \angle ABC \cong \angle DEF$ et $\angle BCA \cong \angle EFD$

et $\dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{DE}} = \dfrac{m\overline{BC}}{m\overline{EF}} = \dfrac{m\overline{CA}}{m\overline{FD}} = 2$

On écrit alors $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Remarques :

➔ Le symbole « ~ » se lit « est semblable à ».

➔ Habituellement, on nomme des triangles semblables selon leurs sommets homologues. Donc, si **ΔABC ~ ΔDEF,** on peut affirmer que l'angle **A** est homologue à l'angle **D,** que l'angle **B** est homologue à l'angle **E** et que l'angle **C** est homologue à l'angle **F**.

✓ Conditions minimales de similitude.

Pour affirmer que deux triangles sont semblables, il suffit de s'assurer que les triangles respectent une des trois conditions minimales suivantes.

1) La condition minimale de similitude Cp-Cp-Cp (PPP)

Deux triangles dont toutes les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont nécessairement semblables.

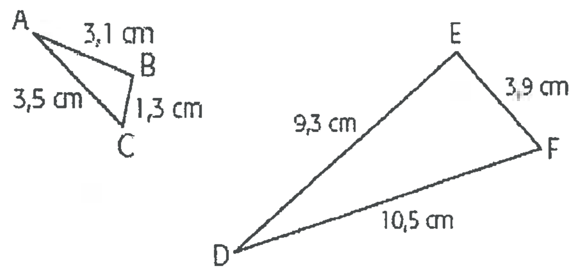
Exemple :

Δ**ABC** ~ Δ**DEF**, car

$$\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{DE}} = \frac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{EF}} = \frac{m\ \overline{CA}}{m\ \overline{FD}} = \frac{1}{3}$$

ou

$$\frac{m\ \overline{DE}}{m\ \overline{AB}} = \frac{m\ \overline{EF}}{m\ \overline{BC}} = \frac{m\ \overline{FD}}{m\ \overline{CA}} = 3$$



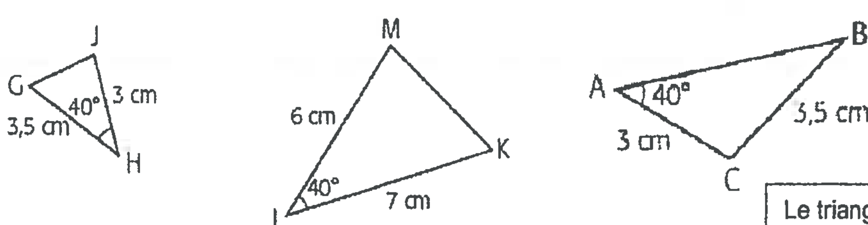
L'inverse multiplicatif du rapport de similitude $\left(\frac{1}{k}\right)$ est aussi un rapport de similitude.

2) La condition minimale de similitude Cp-A-Cp (PAP)

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre des côtés homologues dont les mesures sont proportionnelles sont nécessairement semblables.

Exemple :

Δ**GHJ** ~ Δ**KLM**, car $\angle$ **H** $\cong$ $\angle$ **L** et $\frac{m\ \overline{KL}}{m\ \overline{GH}} = \frac{m\ \overline{ML}}{m\ \overline{JH}} = 2.$



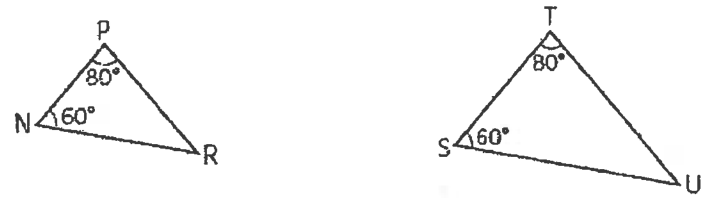
Le triangle **ABC** n'est pas semblable au triangle **GHJ**, car l'angle de 40° n'est pas compris entre les côtés de 3 cm et de 3,5 cm.

3) La condition minimale de similitude AA

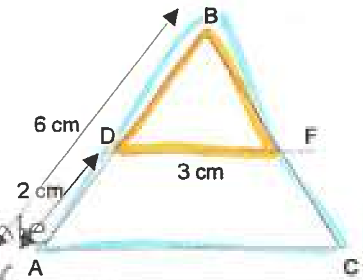
Deux triangles ayant deux angles homologues isométriques sont nécessairement semblables.

Exemple :

Δ**NPR** ~ Δ**STU**, car $\angle$**N** $\cong$ $\angle$**S** et $\angle$**P** $\cong$ $\angle$**T**.



Exercice :



Prouve que toute droite sécante à 2 côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté forme des triangles semblables.
La droite sécante est la droite DF. hypothèse : $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$
DF est sécante
conclusion : $\Delta DBF \sim \Delta ABC$

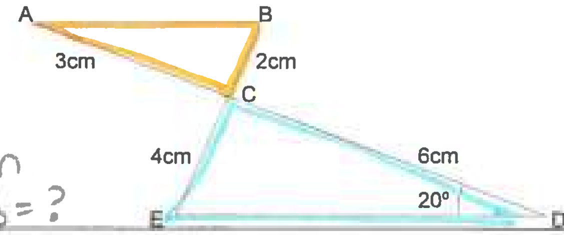
Affirmation	Justification
1. A $\angle DBF \cong \angle ABC$	1. sommet commun aux deux triangles
2. A $\angle BDF \cong \angle BAC$	2. deux angles correspondants formés par deux droites parallèles (DF et AC) sont toujours isométriques.
3. $\Delta DBF \sim \Delta ABC$	3. deux triangles ayant deux angles homologues isométriques sont nécessairement semblables.

✓ Mesures manquantes

Pour trouver une mesure manquante, il faut :

1. Faire la preuve de triangles semblables en énumérant tous les angles homologues isométriques et les proportions de mesure des côtés homologues faisant partie de la preuve;
2. Expliquer la condition minimale de similitude (PPP, PAP, AA);
3. Donner la mesure manquante en justifiant toutes les étapes à effectuer pour répondre à la question.

Exercices :



1. Trouve la mesure de $\overline{AB}$ si $\overline{DE}$ mesure 9 cm.

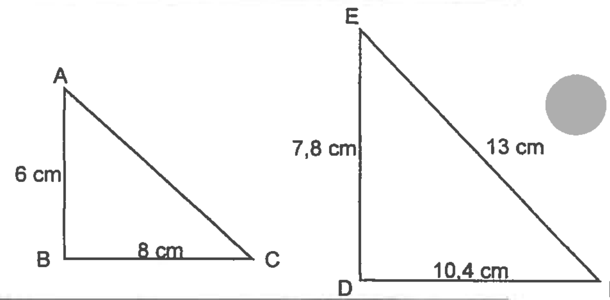
hyp : $m\overline{DE} = 9 cm$

conclusion : $m\overline{AB} = ?$

Preuve

Affirmation	Justification
1. A $\angle ACB \cong \angle DCE$	1. deux angles opposés par le sommet sont toujours isométriques
2. PP $\frac{m\overline{AC}}{m\overline{DC}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{EC}}$	2. $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} \left(= \frac{1}{2}\right)$
3. $\Delta ACB \sim \Delta DCE$	3. deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues dont les mesures sont proportionnelles sont nécessairement semblables
4. $\frac{m\overline{AB}}{m\overline{ED}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{CD}}$; $\frac{m\overline{AB}}{9} = \frac{3}{6}$; $m\overline{AB} = 4,5 cm$	4. dans deux triangles semblables, les mesures des côtés homologues sont toujours proportionnelles

2. Trouve la mesure de l'angle F, si l'angle A mesure 32°.
   Le triangle ABC est un triangle rectangle.



hyp : ΔABC rectangle
$m\angle A = 32°$

conclusion : $m\angle F$

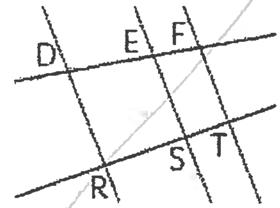
Affirmation	Justification
1. $m\overline{AC} = 10 cm$	1. dans un triangle rectangle, on peut utiliser la relation de Pythagore. $cath^2 + cath^2 = hyp^2$; $m\overline{BC}^2 + m\overline{AB}^2 = m\overline{AC}^2$; $8^2 + 6^2 = m\overline{AC}^2$; $64 + 36 = m\overline{AC}^2$; $\sqrt{100} = m\overline{AC}^2$; $10 = m\overline{AC}$
2. $\frac{m\overline{AB}}{m\overline{ED}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{DF}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{EF}}$	2. $\frac{6}{7,8} = \frac{8}{10,4} = \frac{10}{13} \left(= \frac{10}{13}\right)$
3. $\Delta ABC \sim \Delta EDF$	3. deux triangles dont toutes les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont nécessairement semblables
4. $m\angle ACB = 58°$	4. La somme des mesures des angles dans un triangle donne toujours 180°
5. $m\angle EFD = m\angle ACB = 58°$	5. dans deux triangles semblables, les angles homologues sont isométriques

$m\angle ACB = 180 - m\angle BAC - m\angle ABC$
$= 180 - 32 - 90 = 58°$

Recherche dans PDA.

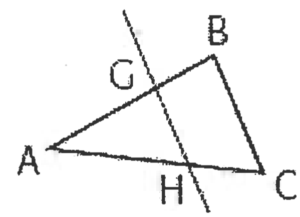
Remarques :

➔ Des sécantes coupées par des droites parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles. C'est ce qu'on appelle le <u>THÉORÈME DE THALÈS</u>. Dans l'exemple ci-contre, les segments **DR**, **ES** et **FT** sont parallèles, alors;



$$\frac{m\ \overline{EF}}{m\ \overline{DE}} = \frac{m\ \overline{ST}}{m\ \overline{RS}} \quad \text{et} \quad \frac{m\ \overline{EF}}{m\ \overline{DF}} = \frac{m\ \overline{ST}}{m\ \overline{RT}}$$

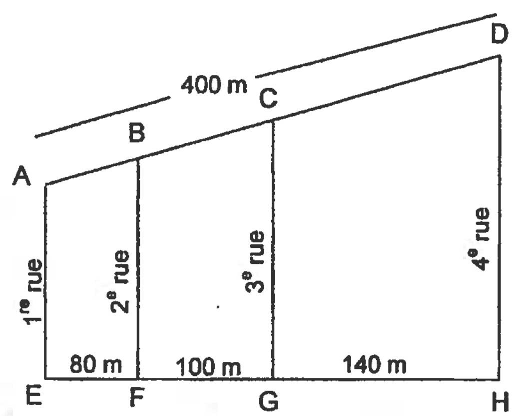
➔ Une droite parallèle à celle qui supporte le côté d'un triangle détermine des triangles semblables.



Si **GH // BC**, alors Δ**AGH** ~ Δ**ABC**.

Exercice :

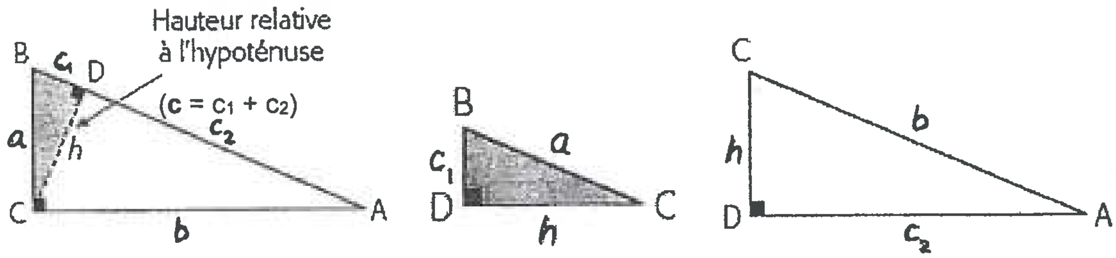
Voici le plan d'un quartier. Les rues sont toutes parallèles entre elles. Détermine la longueur des 3 sections du boulevard $\overline{AD}$.



Affirmation	Justification
1.	1.
2.	2.
3.	3.

4- LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Dans un triangle rectangle, la hauteur relative à l'hypoténuse détermine deux autres triangles rectangles, semblables au premier.



La relation de similitude est **transitive**, c'est-à-dire que si $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ et $\Delta DEF \sim \Delta GHJ$, alors $\Delta ABC \sim \Delta GHJ$.

Par la condition minimale de similitude **AA** :

- **$\Delta ABC \sim \Delta CBD$** puisque ces deux triangles ont un angle droit et qu'ils ont l'angle **B** en commun ;
- **$\Delta ABC \sim \Delta ACD$** puisque ces deux triangles ont un angle droit et qu'ils ont l'angle **A** en commun.

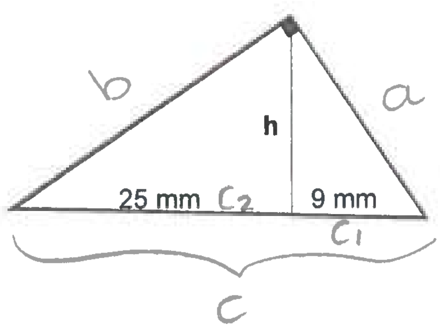
Par la transitivité de la relation de similitude, **$\Delta CBD \sim \Delta ACD$**.

✓ Théorème de la hauteur relative à l'hypoténuse

Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur relative à l'hypoténuse est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

Exemple :

$h^2 = c_1 \cdot c_2$



par le théorème de la hauteur :

$h^2 = c_1 \cdot c_2$

$h^2 = 9 \cdot 25$

$\sqrt{h^2} = \sqrt{225}$

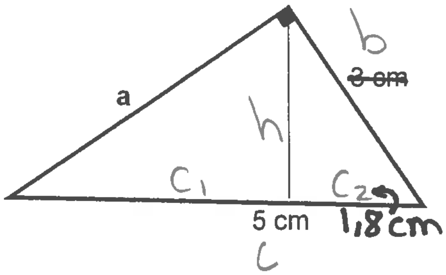
$h = 15$ mm

✓ Théorème de la cathète

Dans un triangle rectangle, la mesure de <u>chaque cathète</u> est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et la mesure de l'hypoténuse entière.

$a^2 = c_1 \cdot c$ ou $b^2 = c_2 \cdot c$

Exemple :



1- trouver c_1

$c = c_1 + c_2$

$5 = c_1 + 1{,}8$

$-1{,}8 \quad -1{,}8$

$3{,}2\text{ cm} = c_1$

2- trouver a

Par le théorème de la cathète

$a^2 = c_1 \cdot c$

$a^2 = 3{,}2 \cdot 5$

$\sqrt{a^2} = \sqrt{16}$

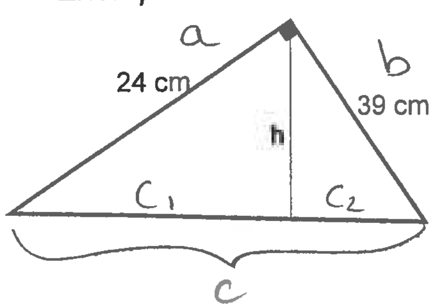
$a = 4\text{ cm}$

✓ Théorème du produit des cathètes

Dans un triangle rectangle, le produit de la mesure des cathètes est égal au produit de la mesure de la hauteur relative à l'hypoténuse et la mesure de l'hypoténuse.

$a \cdot b = c \cdot h$

Exemple :



1- trouver c

Par Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$

$24^2 + 39^2 = c^2$

$576 + 1521 = c^2$

$\sqrt{2097} = \sqrt{c^2}$

$45{,}79\text{ cm} = c$

2- Trouver h

Par le théorème du produit des cathètes

$a \cdot b = c \cdot h$

$\frac{24 \cdot 39}{45{,}79} = \frac{45{,}79 \cdot h}{45{,}79}$

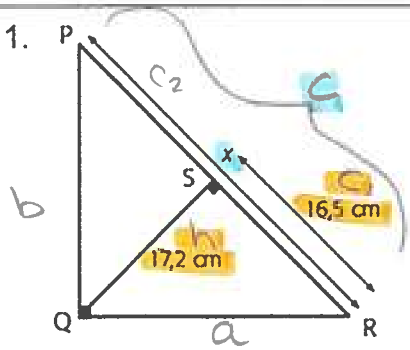
$20{,}44\text{ cm} = h$

✓ Étapes pour résoudre un problème avec les relations métriques

1- Identifier sur les triangles, les lettres utilisées dans les relations métriques;
2- Écrire toutes les relations métriques;
3- Souligner ce que tu connais dans les relations;
4- Mettre en évidence ce que tu cherches;
5- Trouver les données manquantes dans les relations.

Exercices :

1.



$a \cdot b = c \cdot h$
$a^2 = c_1 \cdot c$
$b^2 = c_2 \cdot c$
$h^2 = c_1 \cdot c_2$
$a^2 + b^2 = c^2$
$c = c_1 + c_2$

1- trouver $m\overline{PS}$

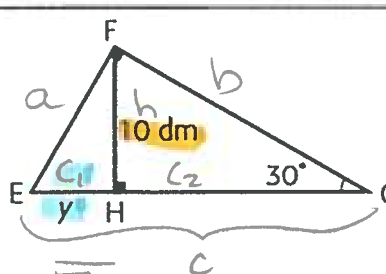
Par le théorème de la hauteur

$h^2 = c_1 \cdot c_2$
$\frac{17{,}2^2}{16{,}5} = \frac{16{,}5 \cdot c_2}{16{,}5}$
$17{,}93\ cm = c_2$

2- trouver $m\overline{PR}$

$c = c_1 + c_2$
$c = 16{,}5 + 17{,}93 = 34{,}43\ cm$

2.



$a \cdot b = c \cdot h$
$a^2 = c_1 \cdot c$
$b^2 = c_2 \cdot c$
$h^2 = c_1 \cdot c_2$
$a^2 + b^2 = c^2$
$c = c_1 + c_2$

1- trouver $m\overline{FG}$

$b = 2 \cdot h$ car angle de 30° dans un triangle rectangle
$b = 2 \cdot 10$
$b = 20\ dm$

2- trouver $m\overline{HG}$

Théorème de Pythagore

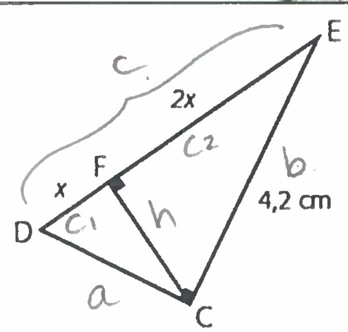
$cath^2 + cath^2 = hyp^2$
$c_2^2 + 10^2 = 20^2$
$\quad -10^2 \quad -10^2$
$\sqrt{c_2^2} = \sqrt{300}$
$c_2 = 17{,}32\ dm$

3- $m\overline{EH}$

Par le théorème de la hauteur

$h^2 = c_1 \cdot c_2$
$\frac{10^2}{17{,}32} = \frac{c_1 \cdot 17{,}32}{17{,}32}$
$5{,}77\ dm = c_1$

3.



1- trouver $m\overline{ED}$

$c = c_1 + c_2$
$c = x + 2x = 3x$

2- trouver x

Par le théorème de la cathète.

$b^2 = c_2 \cdot c$
$4{,}2^2 = 2x \cdot 3x$
$\frac{17{,}64}{6} = \frac{6x^2}{6}$
$\sqrt{2{,}94} = \sqrt{x^2}$
$1{,}71\ cm = x$

JUSTIFICATIONS LES PLUS UTILISÉES POUR JUSTIFIER LES ÉTAPES D'UNE PREUVE DE TRIANGLES **ISOMÉTRIQUES**

POUR LES CÔTÉS

Même segment
Propriétés du carré
Propriétés du rectangle
Propriétés du parallélogramme
Côtés homologues dans deux triangles isométriques
Données du problème
Pythagore (dans un triangle rectangle)

Pour les triangles:

A-C-A

C-A-C

C-C-C

POUR LES ANGLES

Propriétés du carré
Propriétés du rectangle
Angles opposés par le sommet (formés par un ou des segments dans le prolongement d'un autre)
Angles alternes-internes formés par des droites parallèles
Angles alternes-externes formés par des droites parallèles
Angles correspondants formés par des droites parallèles
Angles homologues dans deux triangles isométriques
Données du problème
Somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle égale 180°

JUSTIFICATIONS LES PLUS UTILISÉES POUR JUSTIFIER LES ÉTAPES D'UNE PREUVE DE TRIANGLES **SEMBLABLES**

POUR LES CÔTÉS

Segments proportionnels
Côtés homologues dans deux triangles semblables
Pythagore (dans un triangle rectangle)

Pour les triangles:

A-A

P-A-P

P-P-P

POUR LES ANGLES

Propriétés du carré
Propriétés du rectangle
Angles opposés par le sommet (formés par un ou des segments dans le prolongement d'un autre)
Angles alternes-internes formés par des droites parallèles
Angles alternes-externes formés par des droites parallèles
Angles correspondants formés par des droites parallèles
Angles homologues dans deux triangles semblables
Données du problème
Somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle égale 180°