SAVOIRS 3.1 Les systèmes d'équations et leur résolution

3.1.1 LES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS

Un système d'équations est un ensemble d'au moins deux équations.

Exemple :
Voici un système d'équations du premier degré à deux variables : $y = 3x + 4$
$y = {}^{-}5x - 2$

3.1.2 LA RÉSOLUTION D'UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS

- Résoudre un système d'équations du **premier degré à deux variables** revient à déterminer, s'ils existent, le ou les couples de nombres qui vérifient **simultanément** les équations du système.

Exemple :
Soit le système d'équations : $y = 4x - 6$
$y = 2x + 2$

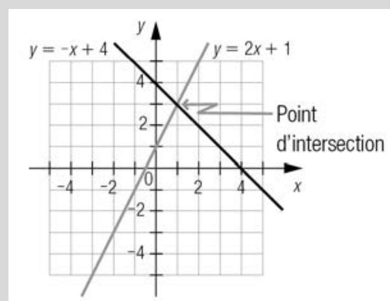
Le couple (3, 6) n'est pas la solution, car il vérifie uniquement la première équation du système.
Le couple (4, 10) est la solution, car il vérifie simultanément les deux équations du système.
En effet :

$10 = 4 \times 4 - 6$ et $10 = 2 \times 4 + 2$
$10 = 16 - 6$ $\quad$ $10 = 8 + 2$
$10 = 10$ $\quad$ $10 = 10$

Il existe différentes méthodes qui permettent de résoudre un système d'équations du premier degré à deux variables. Par exemple :

1. **La représentation graphique**
   Puisque la représentation graphique d'un système d'équations du premier degré à deux variables correspond à deux droites, la solution du système correspond aux coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.

Exemple :



Le couple-solution est (1, 3).

2. **La table de valeurs**
   Après avoir construit la table de valeurs associée à un système d'équations, il est possible de résoudre ce système en cherchant la valeur de la variable indépendante pour laquelle les valeurs de la variable dépendante sont identiques.

   Dans certains cas, il est nécessaire de diminuer le pas de variation de la variable indépendante pour déterminer la solution.

   Ces deux méthodes ne donnent souvent qu'une approximation de la solution.

Exemple :

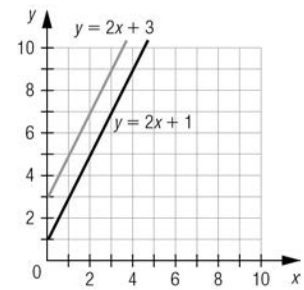
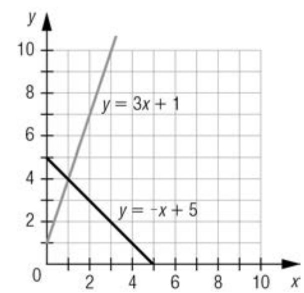
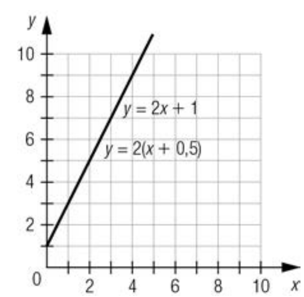
	x	−1	0	1	2	3
$y = 3x - 2$	y	−5	−2	1	4	7
$y = 4x - 4$	y	−8	−4	0	4	8

Le couple-solution est (2, 4).

3. **La méthode algébrique** (Voir la section 3.2.)

3.1.3 LE NOMBRE DE SOLUTIONS D'UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS

Il est possible de déterminer graphiquement le nombre de solutions d'un système d'équations du premier degré à deux variables à partir de la position relative des droites.

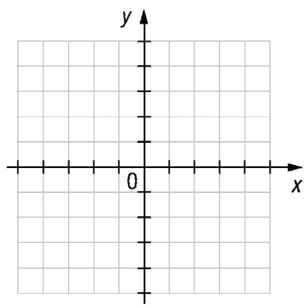
<table>
<tr><th>Nombre de solutions</th><th>Position relative des deux droites</th><th>Exemple</th></tr>
<tr><td>Aucune solution</td><td>Droites parallèles distinctes</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Une solution</td><td>Droites sécantes</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Une infinité de solutions</td><td>Droites parallèles confondues</td><td>
</td></tr>
</table>

RENFORCEMENT 3.1 Les systèmes d'équations et leur résolution

1 Dans chaque cas :

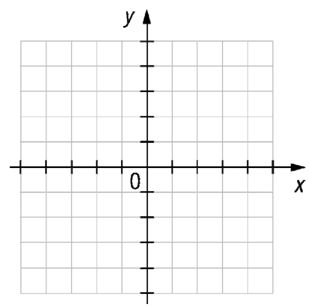
1) représente graphiquement le système d'équations ;
2) détermine graphiquement la solution de ce système.

a) $y = {}^{-}0{,}5x - 2$
$y = 1{,}5x + 2$

1) 

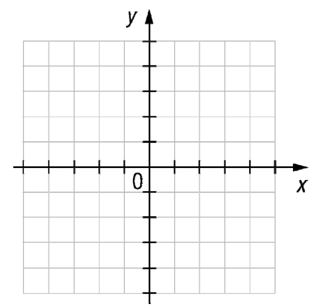
2) ______________

b) $y = {}^{-}2x$
$y = 4x$

1) 

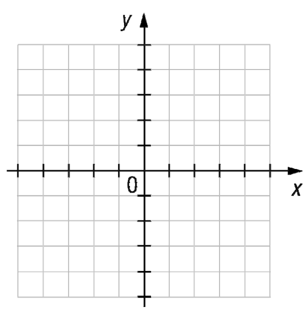
2) ______________

c) $y = \frac{2}{3}x + 1$
$y = \frac{5}{3}x - 2$

1) 

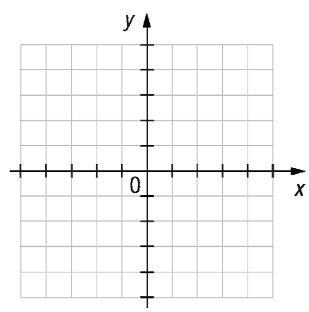
2) ______________

d) $y = {}^{-}\frac{3}{5}x - 1$
$y = \frac{5}{2}x - 1$

1) 

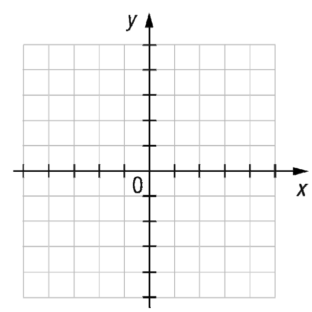
2) ______________

e) $y = 3x + 1$
$y = x - 1$

1) 

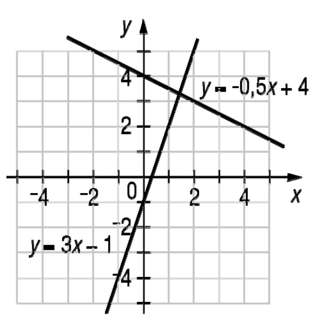
2) ______________

f) $y = \frac{4}{5}x - 3$
$y = \frac{2}{5}x - 1$

1) 

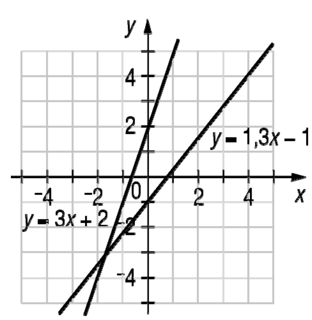
2) ______________

2 À l'aide d'une table de valeurs, détermine au dixième près la valeur de x associée à la solution du système de chacun des systèmes d'équations ci-dessous.

a) 

x	y	y

____

b) 

x	y	y

____

NOM GROUPE DATE

3

3 Pour chacune des situations suivantes :

1) identifie les inconnues et représente-les par des variables différentes ;
2) écris le système d'équations approprié ;
3) représente graphiquement ce système ;
4) détermine la solution. Si celle-ci n'est pas exacte, estime-la au dixième près.

a) On plante simultanément un sapin et une épinette. Le sapin mesure initialement 30 cm et croît au rythme de 5 cm/année, tandis que l'épinette mesure initialement 10 cm et croît au rythme de 10 cm/année. Combien de temps après avoir été plantés les deux arbres seront-ils de la même taille ?

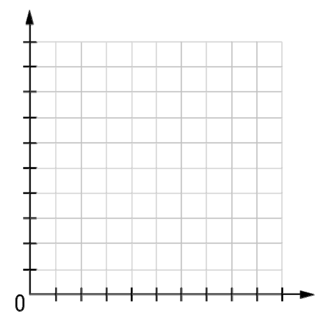
1) ______________________________

____

2) ______________________________

____

3)



4)

Réponse : ______________________________

b) Deux coureurs participent à une course d'automobiles. La voiture A roule à 42 m/s. La voiture B commence la course 200 m derrière la ligne de départ et roule à 55 m/s. Après combien de temps la voiture B rattrapera-t-elle la voiture A ?

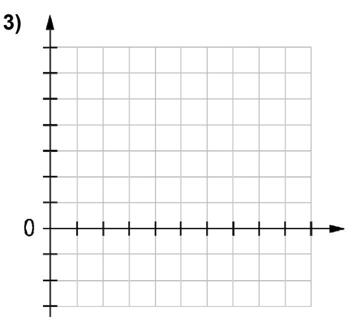
1) ______________________________

____

2) ______________________________

____

3)

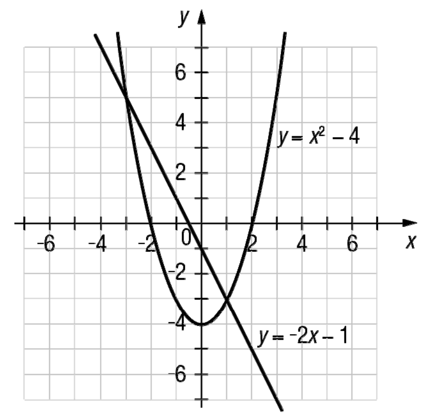


4)

Réponse : ______________________________

ENRICHISSEMENT 3.1 Les systèmes d'équations et leur résolution

1 Voici la représentation graphique d'un système d'équations qui n'est pas formé uniquement d'équations du premier degré.



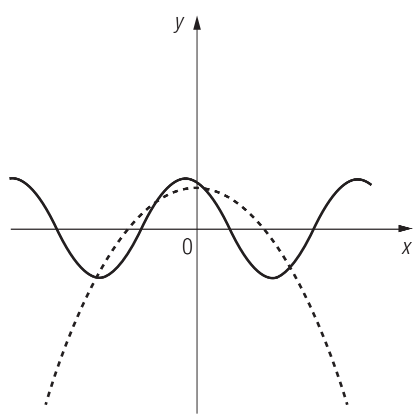
a) Combien de couples-solutions ce système a-t-il ? Explique ta réponse.

b) Détermine graphiquement les couples-solutions de ce système.

c) Vérifie algébriquement que les réponses obtenues en **b)** sont valides.

2 Voici les représentations graphiques de systèmes d'équations qui ne sont pas formés uniquement d'équations du premier degré. Indique le nombre de couples-solutions de chacun de ces systèmes.

a)



b)