Notes de cours suite ch3

Sections 4 et 5 : Les systèmes d'équations

«Un système d'équations» c'est une représentation de 2 équations qui met en relation les mêmes variables.

Exemples de systèmes d'équations :

a) Cet après-midi, Mégane et Julien ont décidé de poursuivre la lecture du roman qu'ils ont commencé la veille. Mégane reprend sa lecture à la page 147et lit 44 pages à l'heure. Julien, lui, reprend sa lecture à la page 111 et lit 52 pages à l'heure. Après combien de temps Mégane et Julien auront-ils le même nombre de pages?

1) X : temps (h)
Y : nb pages lues

2) M: $y = 44x + 147$

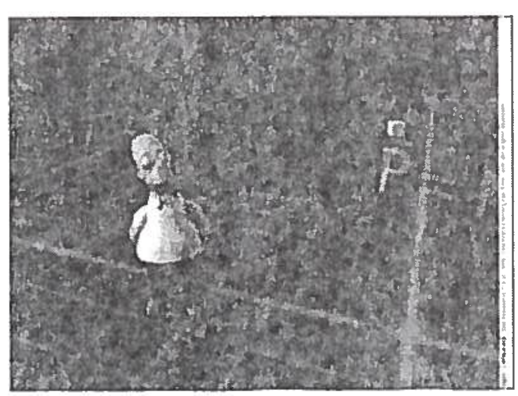
J: $y = 52x + 111$

b) L'entreprise A loue des consoles de jeux vidéo. Son tarif est de 5$ par jour auquel s'ajoutent des frais fixes de 30$. L'entreprise B loue une console semblable 10$ par jour. Pour combien de jours de location un client ou une cliente de l'entreprise A déboursera-t-il la même somme qu'un client de l'entreprise B, et quelle sera cette somme ?

1) X : nb jours de location
Y : Prix de location ($).

2) A: $y = 5x + 30$

B: $y = 10x$



La représentation graphique d'un système d'équations

Représenter les équations d'un système dans le plan cartésien permet de les comparer.

Ex : Claude pilote une montgolfière à une altitude de 700 m. Il veut amorcer une descente dans le but d'atterrir. Claude descend à une vitesse constante de 15 m par minute. Dès le début de sa descente, Claude contacte par radio Mario, un pilote qui se trouve plus bas. Mario lui confirme qu'il est présentement à 300 m et qu'il monte à une vitesse constante de 10 m par minute.

1) Variables

X : temps (min)

Y : hauteur (m)

2) Système d'équations

$Y_C = -15x + 700$

$Y_M = 10x + 300$

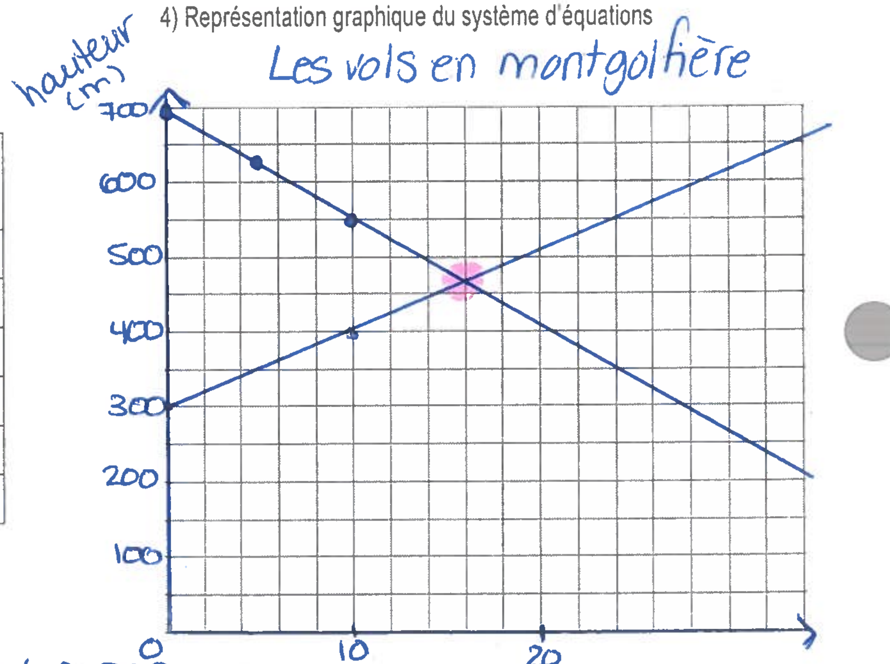
3) Tablea[illegible]eurs

VOIR Pt intersection?

X	
0	700
1	685
2	670
5	625
10	550
15	475

X	Y_M
0	300
1	310
2	320
5	350
10	400
15	450

4) Représentation graphique du système d'équations



temps (min)

5) Vérification de la solution

Couple-solution (16 ?)

(16, 460)

$Y = -15(16) + 700$
$Y = 460.$

$Y = 10(16) + 300$
$Y = 460.$

Les 2 montgolfières auront la même altitude soit 460m dans 16 minutes.

Le point d'intersection entre les deux droites constitue la solution du système d'équations.

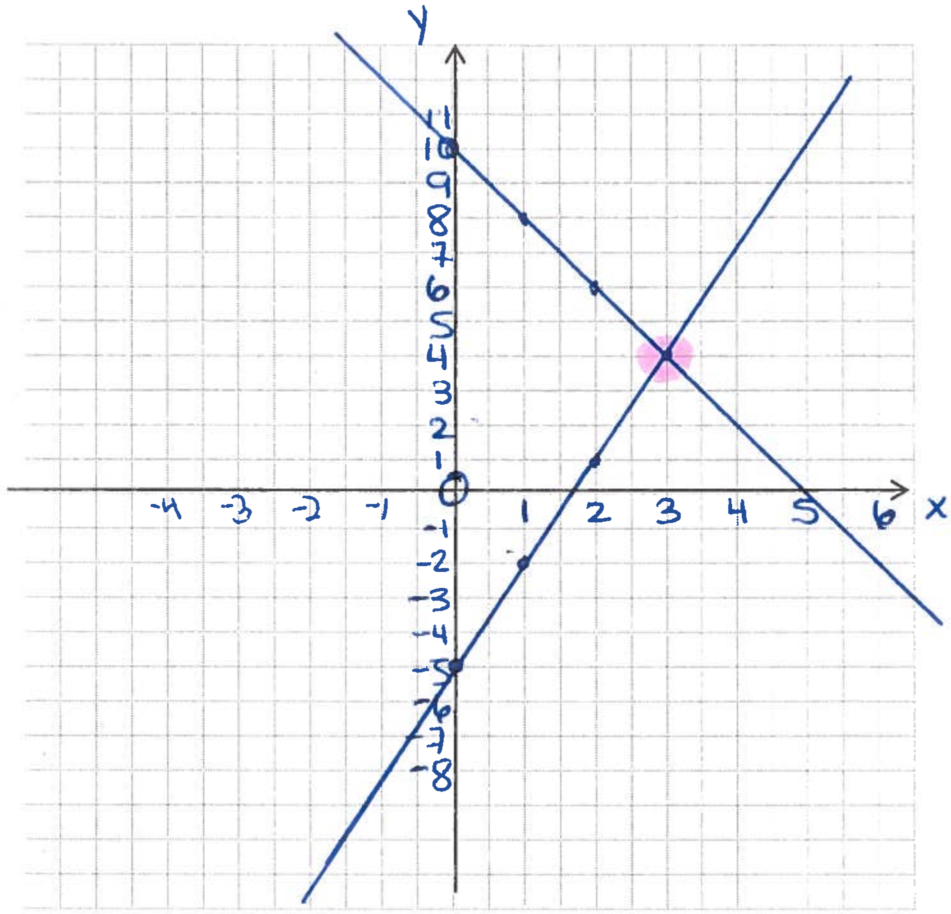
Exemple :

$y_1 = 3x - 5$

$Y_2 = -2x + 10$

x	y_1
0	-5
1	-2
2	1
3	4

x	y_2
0	10
1	8
2	6
3	4



Une graduation appropriée des axes illustre clairement, s'il existe, le point de rencontre des deux droites.

La résolution graphique d'un système d'équations et l'interprétation de la solution

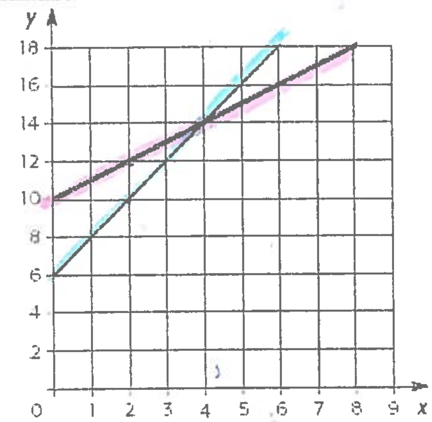
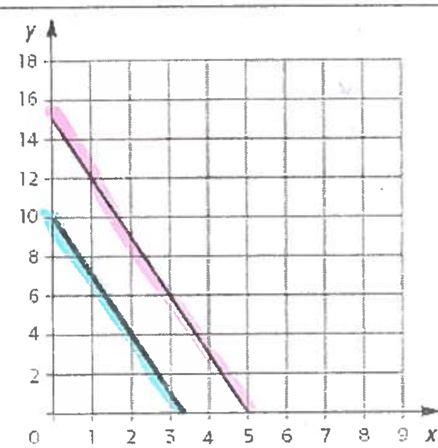
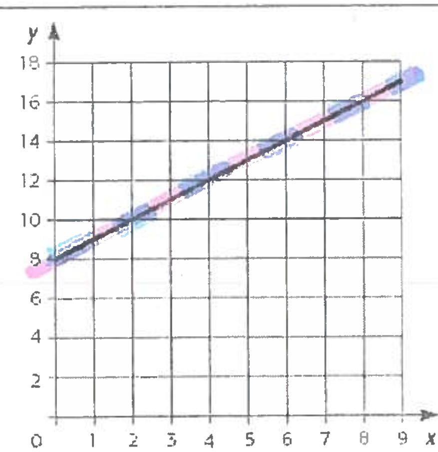
Résoudre un système d'équations, c'est trouver le couple qui satisfait les équations

Si la solution est unique, ces valeurs sont exprimées sous la forme d'un couple-solution qui correspond au point d'intersection des droites.

Le nombre de solutions d'un système d'équations

Dans le tableau ci-dessous, on présente le nombre de solutions d'un système d'équations selon la position relative des droites :

$$\boxed{\begin{array}{l} y_1 = a_1x + b_1 \\ y_2 = a_2x + b_2 \end{array}}$$

Position relative des deux droites		Équations		Nombre de solutions
		Paramètres	Exemples	
Droites sécantes		$a_1 \neq a_2$	$y = x + 10$ $y = 2x + 6$	1
Droites parallèles distinctes		$a_1 = a_2$ $b_1 \neq b_2$	$y = -3x + 15$ $y = -3x + 10$	0
Droites confondues		$a_1 = a_2$ $b_1 = b_2$	$y = x + 8$ $y = 8 + x$	infinité

pour bien comparer, il faut que le y soit isolé dans les deux équations

La résolution algébrique d'un système d'équations

La relation d'égalité est transitive.

Cela signifie que, si une expression est équivalente à deux autres expressions, ces deux autres expressions sont équivalentes.

Exemple : si A=B et A=C alors B=C

La propriété de **transitivité** peut être utilisée pour résoudre un système d'équations. On appelle cette méthode algébrique « la résolution par **comparaison** »

Pièges et

On peut trouver la solution d'un système de 3 façons :

1- table des valeurs
2- graphique
3- algèbre.

La résolution algébrique est généralement la plus efficace des trois méthodes.

Étapes	Exemples
1. Traduire la situation par un système d'équations.	$y_1 = 5x - 11$ $\quad y_2 = -10x + 82$
2. Isoler « y » si nécessaire. Poser une égalité entre les deux expressions : $y_1 = y_2$ Trouver la valeur de « x » pour le système.	$y_1 = y_2$ $5x - 11 = -10x + 82$ $+10x \quad +10x$ $15x - 11 = 82$ $+11 \quad +11$ $\frac{15x}{15} = \frac{93}{15}$ $x = 6{,}2$.
3. Déterminer la valeur de « y » pour une des deux équations	$y_1 = 5x - 11$ si $x = 6{,}2$; $y = ?$ $y_1 = 5(6{,}2) - 11$ $y_1 = 31 - 11$ $y_1 = 20$.
4. Valider la solution avec la deuxième équation.	$y_2 = -10x + 82$ $\quad (6{,}2 ; 20)$ $20 \stackrel{?}{=} -10(6{,}2) + 82$ $20 \stackrel{?}{=} -62 + 82$ $20 = 20$ ☺.
5. Interpréter la solution et répondre à la question.	$(6{,}2 ; 20)$

hors contexte, on donne la réponse en couple-solution.

en contexte, on répond en phrase.

Le nombre de solutions d'un système d'équations

La résolution algébrique

Lors de la résolution algébrique d'un système d'équations, l'observation de l'équation réduite permet de déterminer le nombre de solutions du système d'équations.

Exemple :

Solution unique	Aucune solution	Infinité de solutions
$y_1 = 6x - 5$ $y_2 = 2x + 27$ $y_1 = y_2$ $6x - 5 = 2x + 27$ $-2x \quad -2x$ $4x - 5 = 27$ $+5 \quad +5$ $\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$ $x = 8$ ↑ x = chiffre donc 1 solution.	$y_1 = 4x + 8$ $y_2 = 4x + 2$ $y_1 = y_2$ $4x + 8 = 4x + 2$ $-4x \quad -4x$ $0x + 8 = 2$ $-8 \quad -8$ $0x = -6$ $0 = -6.$ ↑ 0 = chiffre donc aucune s/n car c'est faux.	$y_1 = 6x + 10$ $y_2 = 2(3x + 5)$ $y_1 = y_2$ $6x + 10 = 2(3x + 5)$ $6x + 10 = 6x + 10$ $-6x \quad -6x$ $0x + 10 = 10$ $-10 \quad -10$ $0x = 0$ $0 = 0$ ↑ 0 = 0 donc infinité de s/n car c'est vrai, mais il n'y a plus de variable x.
Couple-s/n (8,43)		

Exemple de résolution de système d'équations:

M. Garon doit remplir sa piscine. Présentement elle contient 500 L d'eau. Il peut la remplir à un rythme de 13 L/min. Son voisin, M. Benoît, doit vider sa piscine afin de remplacer sa toile. Présentement elle contient 9750 L d'eau et il peut la vider à raison de 12 L/min. Les deux voisins commencent l'opération en même temps.

a) Après combien de temps, les deux voisins auront-ils la même quantité d'eau dans leur piscine ?

1-Variables

x: temps (min)

y: Quantité eau (L)

2-Équations

G: $y = 13x + 500$

B: $y = -12x + 9750$

3- Résoudre (trouver x)

$y = y$

$13x + 500 = -12x + 9750$

$+12x \qquad +12x$

$25x + 500 = 9750$

$-500 \qquad -500$

$\frac{25x}{25} = \frac{9250}{25}$

$x = 370$ min

4-trouver y

$y = 13x + 500$

$y = 13(370) + 500$

$y = 4810 + 500$

$y = 5310$ L.

5. Valider

$y = -12x + 9750$

$5310 = -12(370) + 9750$

$5310 = -4440 + 9750$

$5310 = 5310$ ☺.

ils auront la même qte après 370 minutes

b) À ce moment précis, quelle sera la quantité d'eau dans les piscines ?

il y aura 5310 L dans chaque piscine.

c) Après combien de temps restera-t-il 250 L d'eau dans la piscine de M.Benoît ?

$x = ?$ si $y = 250$ L.

B: $y = -12x + 9750$.

$250 = -12x + 9750$

$-9750 \qquad -9750$

$\frac{-9500}{-12} = \frac{-12x}{-12}$

$791,\overline{6}$ minutes

Après $791,\overline{6}$ minutes