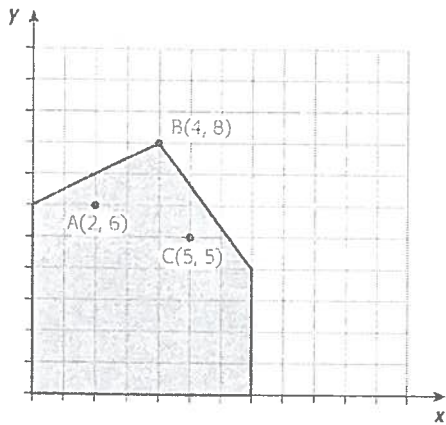


EXERCICES 1.3

1. Détermine lequel des points identifiés permet le mieux d'atteindre l'objectif défini dans chacune des situations suivantes.

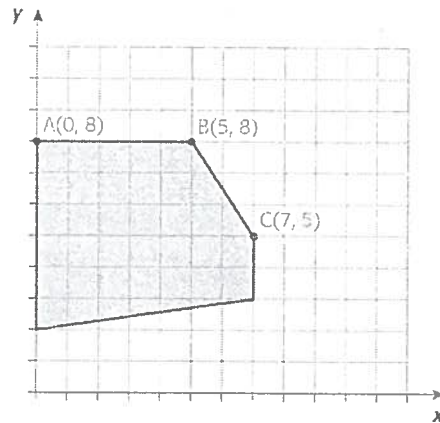
a) Objectif: maximiser la fonction
 $Z = 9x + 12y.$

$(2, 6)$
 $Z = 9(2) + 12(6)$

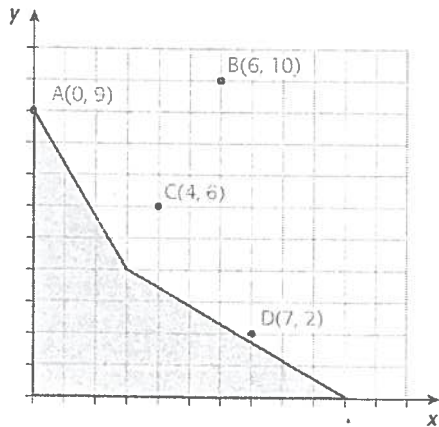


$Z = 9$

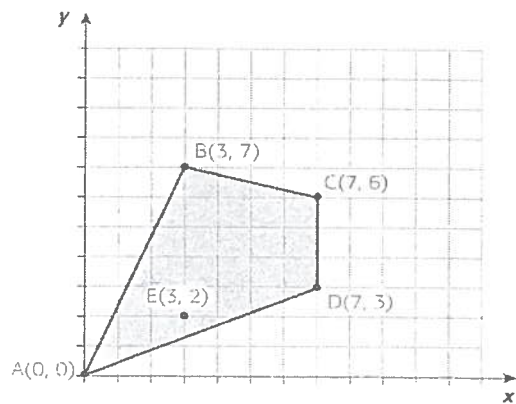
b) Objectif: maximiser la fonction
 $Z = 2y + 8x - 3.$



c) Objectif: minimiser la fonction
 $Z = 5x + 2y.$

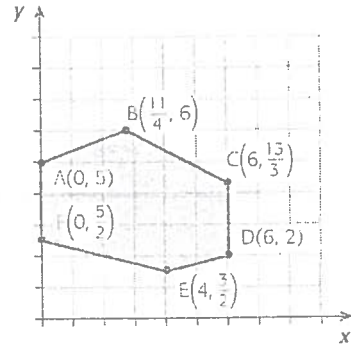


d) Objectif: minimiser la fonction
 $Z = 2x - 3y + 7.$



0

2. Évalue les fonctions à optimiser suivantes pour les coordonnées de chacun des sommets du polygone de contraintes ci-contre.



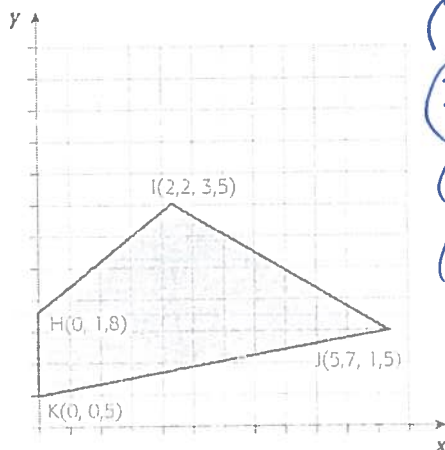
a) $Z_1 = 2x + 3y$

- ① $(0, 5) \Rightarrow Z = 2(0) + 3(5) = 15$
 ② $(\frac{11}{4}, 6) \Rightarrow Z = 2(\frac{11}{4}) + 3(6) = 23,5$
 ③ $(6, \frac{13}{3}) \Rightarrow Z = 2(6) + 3(\frac{13}{3}) = 25$
 ④ $(6, 2) \Rightarrow Z = 2(6) + 3(2) = 18$
 ⑤ $(4, \frac{3}{2}) \Rightarrow Z = 2(4) + 3(\frac{3}{2}) = 12,5$
 ⑥ $(0, \frac{5}{2}) \Rightarrow Z = 2(0) + 3(\frac{5}{2}) = \frac{15}{2} = 7,5$

b) $Z_3 = -12x + 5y + 4$

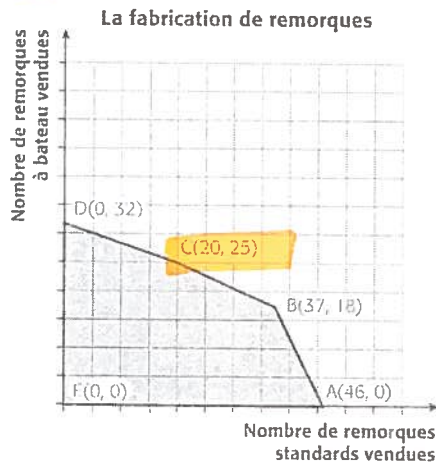
- $Z = -12(0) + 5(5) + 4 = 29$
 $Z = -12(\frac{11}{4}) + 5(6) + 4 = 1$
 $Z = -12(6) + 5(\frac{13}{3}) + 4 = -3$
 $Z = -12(6) + 5(2) + 4 = -50$
 $Z = -12(4) + 5(\frac{3}{2}) + 4 = 36$
 $Z = -12(0) + 5(\frac{5}{2}) + 4 = 16$

3. Pour le polygone de contraintes suivant, détermine, si c'est possible, les coordonnées du ou des points dont les coordonnées minimisent et maximisent la fonction à optimiser $Z = 4x + 7y - 3$.



- $(0; 1,8) \Rightarrow Z = 4(0) + 7(1,8) - 3 = 9,6$
 $(2,2; 3,5) \Rightarrow Z = 4(2,2) + 7(3,5) - 3 = 30,5$
 $(5,7; 1,5) \Rightarrow Z = 4(5,7) + 7(1,5) - 3 = 30,5$
 $(0, 0,5) \Rightarrow Z = 4(0) + 7(0,5) - 3 = 0,5$

4. Une entreprise fabrique des remorques standards et des remorques à bateau. Pour chaque remorque standard vendue, l'entreprise fait un profit de 45 \$, alors que le profit est de 55 \$ pour chaque remorque à bateau vendue.



Est-ce une bonne décision pour l'entreprise de fabriquer 20 remorques standards et 25 remorques à bateau durant le prochain mois ? Si oui, explique pourquoi. Si non, suggère à l'entreprise une meilleure solution.

le but est de maximiser le profit

$$Z = 45x + 55y$$

x: Nbre de remorques standards.

1^{er} $x = 20$ $y = 25$

$$Z_1 = 45 \cdot 20 + 55 \cdot 25 = 2275$$

2^{es} $x = 0$ $y = 32$

$$Z_2 = 45 \cdot 0 + 55 \cdot 32 = 1760$$

3^{es} $x = 37$ $y = 18$

$$Z_3 = 45 \cdot 37 + 55 \cdot 18 = 2655$$

4^{es} $x = 46$ $y = 0$

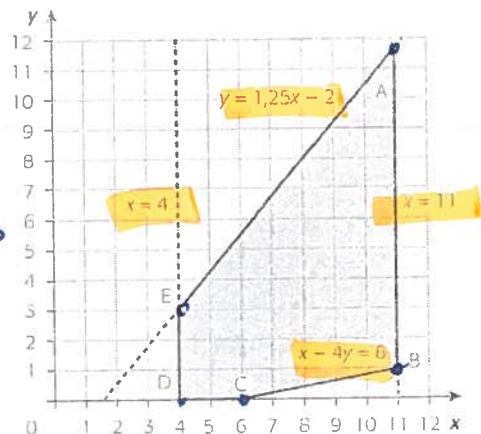
$$Z_4 = 45 \cdot 46 + 55 \cdot 0 = 2070$$

Alors ce n'est pas une bonne décision. En fabriquant 46 remorques standards et 0 remorques à bateau, l'entreprise ferait un meilleur profit 2070 \$ (3)

5. Soit le polygone de contraintes ci-contre.

Pour ce polygone de contraintes, détermine la valeur maximale de la fonction à optimiser

$$P = 4y - x.$$



① Trouver les sommets du polygone

① $\begin{cases} x=4 \\ y=1,25x-2 \end{cases} \Rightarrow y=1,25 \cdot 4 - 2 = 3.$
E(4;3)

② $\begin{cases} x=11 \\ y=1,25x-2 \end{cases} \Rightarrow y=1,25 \cdot 11 - 2 = 11,75.$
A(4; 11,75)

③ $\begin{cases} x=11 \\ x-4y=0 \end{cases} \Rightarrow 11 - 4y = 0 \Rightarrow 11 = 4y + 0 \Rightarrow 5 = 4y$
 $1,25 = y \quad \frac{5}{4} = y$
B(11; 1,25)

④ **D(4,0)**

⑤ **C(6,0)**

\Rightarrow Fonction à optimiser.

① Pour E(4;3) $\Rightarrow P = 4y - x = 4(4) - 3 = 16 - 3 = 13.$

② Pour A(4; 11,75) $\Rightarrow P = 4(4) - 11,75 = 16 - 11,75 = 4,25$

③ Pour B(11, 1,25) $\Rightarrow P = 4(11) - 1,25 = 44$

④ Pour D(4,0) $\Rightarrow P = 4(4) - 0 = 16.$

⑤ Pour C(6,0) $\Rightarrow P = 4(6) - 0 = 24$

La valeur maximale de la fonction $P = 4y - x$ est 44.

6. Une municipalité organise un souper afin de financer des activités offertes aux jeunes. Pour préparer le repas et pour assurer le service, on fait appel à des bénévoles. De 6 à 11 bénévoles sont nécessaires pour préparer le repas. Le nombre de bénévoles affectés à la préparation doit être supérieur ou égal au nombre de bénévoles qui assurent le service, mais la différence entre les deux ne doit pas dépasser 5. On offrira un souper gratuit, qui est d'une valeur de 12 \$ aux bénévoles qui feront la cuisine et un souper à demi-prix, d'une valeur de 6 \$, aux bénévoles qui assureront le service. Le budget accordé pour payer le souper des bénévoles est de 180 \$. Les organisateurs cherchent à maximiser le nombre de bénévoles pour ce souper.

a) Définis les variables de la situation.

X : Nbre de bénévoles affectés à la préparation
 Y : Nbre de bénévoles qui assurent le service

b) Détermine la règle de la fonction à maximiser.

Maximiser le nombre de bénévoles.

$$Z = X + Y$$

c) Traduis les contraintes de la situation à l'aide d'un système d'inéquations.

①

$$X \geq 6$$

$$Y \geq 0$$

②

$$X \leq 11$$

③

$$X \geq Y \Rightarrow Y = X$$

X	Y
0	0
6	6

test: $(6, 0)$ $X \geq Y \Rightarrow 6 \geq 0$

④

$$X - Y \leq 5 \Rightarrow Y = X - 5$$

X	Y
0	5
6	1

test: $(0, 0) \Rightarrow 0 - 0 \leq 5$

⑤

$$12X + 6Y \leq 180$$

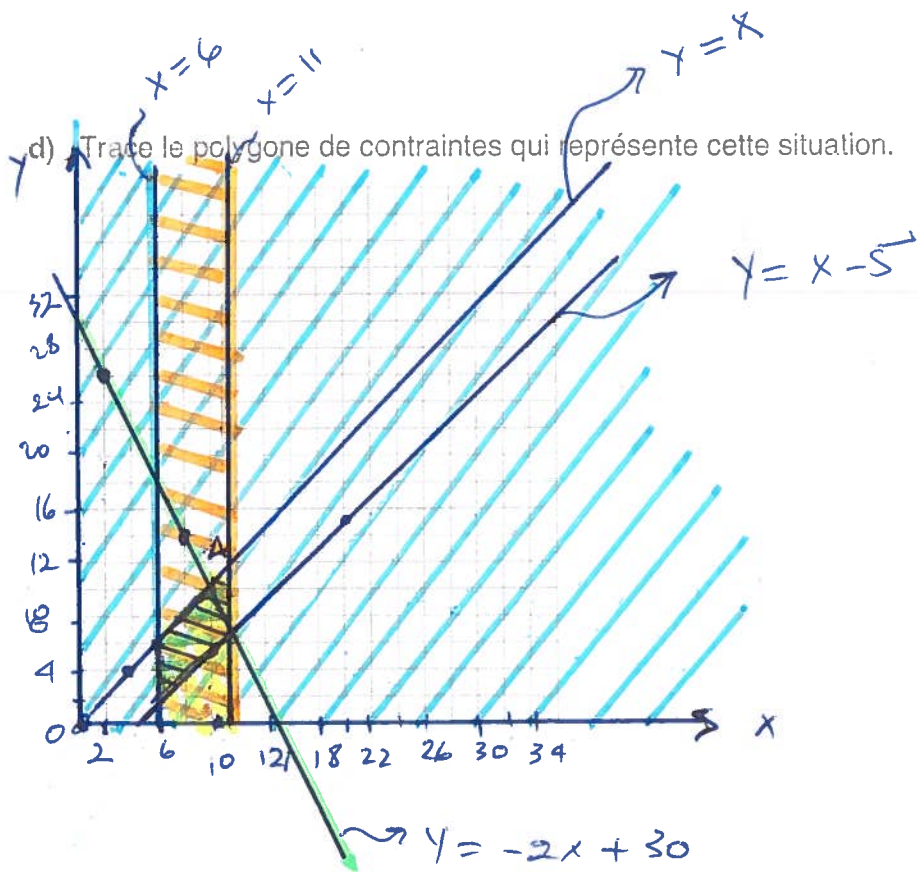
$$\frac{6Y}{6} = \frac{-12X + 180}{6}$$

$$Y = -2X + 30$$

X	Y
2	26
8	14

$(0, 0)$
 $12(0) + 6(0) \leq 180$

⑤



e) À combien de bénévoles les organisateurs du souper peuvent-ils faire appel pour chacune des tâches afin de répondre à l'objectif fixé?

$$A(x, y) = ? \quad \begin{cases} y = -2x + 30 \\ y = x \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cancel{x} = -2x + 30 \\ \sim \text{sub. } +2x + 2x \end{array}$$

$$A(10, 10)$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{30}{3} \Rightarrow x = 10$$

$$Z = x + y = 10 + 10 = 20 \text{ Bénévoles.}$$